

**Efecto de una Estrategia Metodológica de Resolución de Problemas para el  
desarrollo del pensamiento aleatorio-sistema de datos y procesos  
metacognitivos.**

LUZ MYRIAM CARREÑO PATIÑO

ROSA MARIA VERGARA GARCIA

YAJAIRA BELEN SEVILLANO ZAFRA

**UNIVERSIDAD DEL NORTE**

**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN**

**BARRANQUILLA**

**2017**

**Efecto de una Estrategia Metodológica de Resolución de Problemas para el  
desarrollo del pensamiento aleatorio-sistema de datos y procesos  
metacognitivos.**

LUZ MYRIAM CARREÑO PATIÑO

ROSA MARIA VERGARA GARCIA

YAJAIRA BELEN SEVILLANO ZAFRA

Trabajo de investigación para optar el título de  
Magíster en Educación con énfasis en pensamiento matemático.

**DIRECTOR (es)**

**Mg. Melina Ávila Cantillo**

**Mg. Martín Díaz Rodríguez**

**UNIVERSIDAD DEL NORTE**

**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN**

**BARRANQUILLA**

**2017**

**Nota de Aceptación**

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Presidente del jurado \_\_\_\_\_

Jurado \_\_\_\_\_

Jurado \_\_\_\_\_

Barranquilla, Junio 28 del 2017

## Agradecimientos

A Dios y su santo espíritu que van despejando los caminos para hacer de mí un ser humano mejor.

A mi hijo quien llegó a mi vida para transformarla y mi familia por su apoyo incondicional y su colaboración para facilitarme el tiempo requerido.

A Rochy y Yajaira que me permitieron formar parte de esa perdurable amistad que las une.

A los directores de la investigación, por su tiempo, orientaciones y enseñanzas que permitieron llevarla a buen término.

A los docentes de la maestría en educación, especialmente a aquellos que se interesaron por hacer consciente el compromiso y la responsabilidad que tienen los maestros al ingresar a una aula de clase.

*Luz Myriam Carreño Patiño*

Dedico este trabajo a ti mi Dios por todas tus bendiciones, a mi madre por ser el pilar más importante de mi formación y apoyo incondicional, a mi Padre mi gran ejemplo de vida que aunque no esté físicamente sé que desde el cielo siempre me cuida, a mi hija Mariana por ser mi fuente motivación e inspiración. Infinitas gracias a mis compañeras de investigación.

*Rosa María Vergara García*

El agradecimiento nos abre el grifo surtidor de la abundancia.  
Agradecer es sumar beneficios,  
Restar frustraciones,  
Multiplicar humildad y por ende sabiduría,  
Dividir las dualidades y potenciar las certezas.  
Gracias perennes a Dios, a la vida,  
A todos mis ancestros (mi madre) que desde sus raíz me han transmitido su elemental  
sapiencia,  
A mi esposo, fundamental apoyo de mis crecimientos,  
A mis hijos que desde el amor alientan mis esfuerzos,  
Especial agradecimiento a mis compañeros de investigación.  
Gracias a los maestros que me compartieron su saber  
y guiaron mi camino hacia la meta.  
Gracias a mi ser y a todos los seres que de una u otra manera apoyaron e hicieron realidad  
este sueño.  
Desde mi corazón gracias, gracias siempre gracias.

***Yajaira Sevillano Zafra.***

## TABLA DE CONTENIDO

Introducción.....	5
Justificación .....	10
Marco Epistemológico y conceptual .....	19
La resolución de problemas y el currículo de matemáticas.....	19
Modelos de Resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas .....	22
Modelo de George Polya.....	22
El modelo de Lester.....	29
El modelo de Arzt y Armour-Thomas.....	29
La Clase para pensar y la resolución de problemas matemáticos .....	33
Estado de arte .....	38
Pensamiento aleatorio - sistema de datos y resolución de problemas .....	47
Planteamiento y formulación del problema .....	55
Descripción del problema .....	55
Objetivos .....	59
General .....	59
Objetivos Específicos .....	59
Hipótesis.....	60
Metodología.....	61
Enfoque .....	61
Diseño.....	61
Población y Muestra.....	62
Selección de la Muestra .....	62
Definición de Variables.....	63
Definición conceptual.....	63
Definición operacional .....	67
Control de variables .....	68
Variables no controladas.....	69
Técnicas .....	69
Pilotaje.....	70
Resultados .....	76
Análisis de Resultados.....	76

Resultados del cuestionario Pre test .....	76
Postest control- experimental.....	78
Experimental: Pretest Vs. Posttest .....	79
Cuestionario “Registro procesos de pensamiento”, grupo experimental pre test – pos test.....	80
Discusión y Conclusiones.....	82
Recomendaciones .....	87
Limitaciones. ....	87
Referencias .....	88
Anexos .....	94

## **Introducción**

El sistema educativo colombiano lleva décadas intentando conseguir la excelencia académica de sus estudiantes, el país se ha mantenido excluido de aquellos que muestran resultados satisfactorios en calidad educativa. El conocimiento matemático no pasa desapercibido y uno de los mayores retos para los docentes es mejorar el desempeño de los estudiantes, pues se han evidenciado bajos resultados en pruebas nacionales e internacionales como SABER, PISA y TIMSS

La educación ha venido avanzando poco a poco, particularmente la educación en matemáticas ha tenido siempre un lugar relevante en la formación del niño desde los primeros grados escolares. En Colombia para abordar las matemática en los grados de educación básica y media se ha introducido en los estándares básicos de competencia cinco pensamientos: pensamiento numérico, pensamiento espacial, pensamiento métrico, pensamiento variacional y pensamiento aleatorio; este último pensamiento contiene entre otros, temas relacionados con situaciones susceptibles de análisis a través de la recolección ordenada y sistematizada de datos, que son de gran importancia para la formación de los estudiantes y además son evaluados en las distintas pruebas nacionales e internacionales, surgiendo así una de las grandes motivaciones del grupo de investigadoras para abordar este tema.

En la búsqueda por implementar estrategias que mejoren la enseñanza de este pensamiento matemático, la presente investigación empleó la metodología de enseñanza “La Clase Para Pensar” adaptada al pensamiento aleatorio, se realizó un pre-test, un experimento y finalmente un post-test con el fin de descubrir indicios de la efectividad de este modelo, así también esta investigación muestra como han sido



los diferentes modelos que han analizado la importancia de enseñar a través de la resolución de problemas, y más allá de enseñar a los estudiantes a dar una respuesta, enseñarlos a realizar concienzudamente procesos cognitivos y metacognitivos que les permitan tener una experiencia realmente significativa con la resolución de problemas, de manera que puedan utilizar estas herramientas cognitivas en otros contextos.

En relación al enfoque de investigación para abordar este tópico se escogió una metodología cuantitativa, se diseñaron cuestionarios que evalúan tanto el pensamiento aleatorio en niños de 5 grado como los procesos metacognitivos pertinentes a la edad y a la resolución de problemas, los análisis de homogeneidad de los grupos demostraran que si hay diferencias al finalizar el experimento.

Es importante tener en cuenta que la práctica pedagógica es un factor determinante en el desarrollo del conocimiento matemático de los estudiantes, en consecuencia en esta investigación se mostrará una experiencia enriquecedora en cuanto a la enseñanza de las matemáticas, a la evaluación continua y al uso de preguntas abiertas, durante las clases de matemáticas, y esa experiencia se ve reflejada en los resultados favorables que se obtuvieron a partir de la intervención.

Los resultados obtenidos en el presente estudio son comparables con los encontrados en otras investigaciones realizadas en diferentes culturas y estratos socio-económicos, se obtuvieron conclusiones y recomendaciones que pueden tenerse en cuenta para futuros trabajos de investigación.

## **Justificación**

En los currículos escolares de las instituciones educativas colombianas los conocimientos básicos de pensamiento aleatorio y sistema de datos están proyectados en los planes de área de los diferentes grados académicos como un requisito emanado por el Ministerio de Educación Nacional en los lineamientos curriculares de matemática, sin embargo los estudiantes no logran desarrollar las competencias propias de estas temáticas bien sea porque los profesores evaden la enseñanza de los respectivos contenidos o porque se emplean métodos pedagógicos inadecuados que obstaculizan el aprendizaje, lo que conlleva a que el desempeño de los estudiantes en las diversas pruebas evaluativas donde participan, tanto a nivel nacional como internacional, se obtengan pésimos resultados. Esta situación despierta el interés por buscar métodos pedagógicos que faciliten el proceso de enseñanza- aprendizaje y genere en los educandos la construcción de estructuras conceptuales sólidas.

Según el Informe de la Contraloría Delegada para el Sector Social (Julio, 2014), la calidad de la educación depende de la calidad de planes de estudio y de los métodos pedagógicos como se menciona en los resultados de la encuesta que aplicó el TIMSS (Estudio Internacional de tendencias en Matemáticas y Ciencias). En la encuesta que aplicaron para determinar si los contenidos objeto de evaluación fueron tema de estudio en las instituciones examinadas. El resultado es sorprendente: en ambas áreas, y tanto en 4° como en 8° grados, los porcentajes de estudiantes a quienes les fueron enseñados los contenidos objeto de evaluación son superiores a la media internacional: en matemáticas, en 4° grado, se les enseñó el

70% de los tópicos evaluados en el TIMSS (la media internacional fue de 66%). En 8º grado se les enseñó el 76% (la media internacional fue de 61%). Estos datos contribuyen a validar la hipótesis de quienes afirman que la calidad de la educación depende menos de políticas de estado o de valores idiosincrásicos que de ciertas características de los planes de estudio y de los métodos pedagógicos.

Los resultados de los estudiantes colombianos en las diversas pruebas evaluativas que participa el país, específicamente en matemática, tema de estudio de esta investigación indican que el proceso enseñanza- aprendizaje no se está desarrollando de la mejor forma. Posiblemente porque no se enseñan los contenidos objeto de evaluación o se emplean métodos pedagógicos que no desarrollan las habilidades de pensamiento que necesitan los estudiantes. En pruebas internacionales como TIMSS, Colombia ha participado en dos ocasiones; en el año 1995 y en el 2007, los estudiantes han mostrado desempeños muy bajos. Los puntajes promedio estuvieron por debajo del promedio internacional (500 puntos). En matemáticas, en los dos años, dichos puntajes promedio no alcanzaron el nivel mínimo establecido por la prueba (400 puntos).

En las pruebas PISA, Colombia ha participado en los años 2006-09-12. En 2009, la puntuación promedio fue 430; un 71% de alumnos se situaron en los niveles 1 y 2 y no se encuentran alumnos en el nivel más alto. En el 2012 por Colombia participaron 9.073 estudiantes, en representación de 560 mil estudiantes de instituciones educativas oficiales y privadas, urbanas y rurales. Los resultados los ubican por debajo del promedio establecido por la OCDE (494) Colombia ocupó el puesto 63 entre 65 participantes, superando únicamente a Perú e Indonesia en

Matemática los puntajes estuvieron en un promedio aproximado de 376 (Puntaje promedio) Lenguaje; 403 (Puntaje promedio).

En la aplicación de las pruebas TERCE o tercer estudio regional comparativo y explicativo, en la que participaron 16 países latinoamericanos, en el año 2013; fueron evaluados los logros de aprendizaje en las áreas de lenguaje (lectura y escritura) y matemáticas en tercero y sexto y en el área de ciencias naturales en sexto. En Colombia la organización y aplicación de la prueba estuvo a cargo del ICFES, los resultados comparativos para Colombia y la región tanto en lectura como en matemáticas, más de la mitad de los estudiantes se encuentran en los niveles I y II. (Los más bajos) La mayor agrupación de estudiantes ubicados en los niveles más bajos en matemáticas corresponde a sexto grado.

La prueba Saber 3°, 5° y 9° es una evaluación estandarizada que el ICFES, aplica de forma anual, en el 2015 fueron evaluados casi dos millones y medio de estudiantes en más de 16 mil establecimientos de todo el país. Los resultados muestran que la mayor cantidad de estudiantes del país se acumula en el nivel de desempeño Mínimo, a excepción del grado quinto en el área de matemáticas, en donde la mayoría de estudiantes está en el nivel Insuficiente. En Matemáticas en el grado 5°, población de interés para la presente investigación, el 36 % de los estudiantes están en nivel insuficiente, el 30 % está en nivel mínimo, el 21% en nivel satisfactorio y solo el 13% en nivel superior. Otro resultado de la prueba es el puntaje promedio por sectores y departamentos, muestra el desempeño de los colegios en una escala de 100 a 500. El resultado para el grado 5° en el área de matemáticas en la ciudad de Santa Marta promedia entre 250 a 300.

El ministerio de educación nacional ha implementado dentro de su programa Colombia el país mejor educado de América Latina 2025, diversas estrategias tales como: Todos a Aprender, Implementación de la jornada única, Ser pilo paga, Becas de maestría para los docentes, Colombia libre de analfabetismo; en su propósito por darle un nuevo horizonte a la educación. Los resultados han sido positivos según lo muestran el informe de las pruebas PISA 2015, en matemáticas Colombia aumentó 14 puntos, al pasar de 376 en el 2012 a 390 puntos en el 2015. Sin embargo el incremento en matemáticas sigue siendo menor en comparación con ciencias que fue de 17 puntos y lectura de 22. Lo que indica que las matemáticas continúan siendo de difícil comprensión para los estudiantes y por tanto es necesario transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En las pruebas nacionales e internacionales una de las competencias que se evalúa se relaciona con la estadística, es indudable que enseñarla desde los grados iniciales de la educación formal es muy importante, tanto para formar ciudadanos competentes que respondan a los requerimientos de la actual sociedad como para mejorar el rendimiento de los estudiantes en las pruebas que evalúan su desempeño.

En los lineamientos curriculares de matemáticas se menciona la diferencia entre la enseñanza de las matemáticas convencionales que ha enfatizado en la búsqueda de la respuesta correcta única y los métodos deductivos, mientras que la enseñanza de la estadística y la probabilidad en el currículo de matemáticas crea la necesidad de un mayor uso del pensamiento inductivo al permitir, sobre un conjunto de datos, proponer diferentes inferencias, las cuales a su vez van a tener diferentes posibilidades de ser ciertas. Ministerio de educación nacional (MEN, 1998)

Con la implementación de los estándares de calidad para el pensamiento aleatorio y sistema de datos se espera que los estudiantes se apropien de los conocimientos para clasificar, organizar, describir, representar, explicar y predecir fenómenos fundamentados en datos reales e igualmente las habilidades para formular y resolver problemas, interpretar información estadística, diseñar experimentos y desarrollar razonamiento estadístico. En los cursos de la educación básica las representaciones gráficas como las circulares, histogramas, diagramas de árbol son marcos matemáticos que permiten captar la aleatoriedad y la incertidumbre tanto en forma cuantitativa como cualitativa, sobre los cuales los estudiantes pueden hacer evaluaciones y tomar decisiones, sin recurrir a un esquema único de cálculo que los llevaría a encontrar valores deterministas definidos (MEN, 2003).

Estamos caminando hacia una sociedad cada vez más informatizada y una comprensión de las técnicas básicas de análisis de datos y su interpretación es importante. Al mismo tiempo, la estadística como ciencia, está en un periodo de notable expansión, siendo cada vez más numerosos los procedimientos estadísticos disponibles, alejándose más de la matemática pura y convirtiéndose en una "ciencia de los datos". Es siempre difícil enseñar el tema en continuo cambio y crecimiento, pero hay además otras razones que hacen compleja la enseñanza de la estadística. A pesar de su fuerte crecimiento en los últimos años, el número de investigaciones sobre la didáctica de la estadística es aún muy escaso, en comparación con las existentes en otras ramas de las matemáticas. Por ello, no se conocen aún cuáles son las principales dificultades de los alumnos en muchos conceptos importantes. Sería

también preciso experimentar y evaluar métodos de enseñanza adaptados a la naturaleza específica de la estadística, a la que no siempre se pueden transferir los principios generales de la enseñanza de las matemáticas. (Batanero, 1998)

Esta investigación es relevante porque se interesa en el proceso de enseñanza-aprendizaje del pensamiento aleatorio y sistema de datos en la educación básica primaria a través de la implementación de la estrategia metodológica de resolución de problemas; tema de investigación que no ha sido abordado desde la maestría en educación con énfasis en pensamiento matemático de la universidad del Norte. Se apoya en el modelo de clase para pensar en matemáticas, el cual propicia que los estudiantes comprendan que las matemáticas se constituyen en una serie de representaciones simbólicas resumidas de fenómenos y situaciones del mundo. Se compone de un conjunto de estrategias de aprendizaje que busca desarrollar una propuesta para enseñar a través de la resolución de problemas, enfatizando en el uso de procesos cognitivos dentro del evento. Se utiliza la entrevista clínica creada por Jean Piaget (1965), y las modificaciones que Ginsburg, Jacobs, S., y López (1998) realizaron al llevar esta última al salón de clases, denominándose Entrevista Flexible. La entrevista se articula con la evaluación dinámica de Vygotsky (1972), favoreciendo la continuidad entre la evaluación de los procesos de pensamiento y el desarrollo de éstos en el aula de clase, fomentando la reflexión meta cognitiva, desde *la zona de desarrollo real* del estudiante, hasta llevarlo a su *zona de desarrollo potencial*. (López, 2011, p. 35-36 -66.). Para la presente investigación la entrevista en mención fue adaptada a un cuestionario denominado “Registro procesos metacognitivos de pensamiento”

Para enseñar nociones elementales en pensamiento aleatorio y sistema de datos es preciso ayudar a los estudiantes a descubrir este lenguaje en su entorno inmediato.

El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos (NCTM, 2003) indica que las actividades informales de comparar, clasificar y contar pueden proporcionar a los alumnos los inicios matemáticos para desarrollar la comprensión de los datos, el análisis de datos y la estadística. Progresivamente, el hecho de plantearles cuestiones para investigar, fomentar que organicen los datos y que los representen usando diferentes recursos (dibujos, objetos, etc.) les ayuda a ir comprendiendo el significado de la estadística. (Alsina, 2012, p. 8)

En los lineamientos curriculares de matemática se afirma:

Los docentes, además de considerar situaciones de aplicación reales para introducir los conceptos aleatorios, deben preparar y utilizar situaciones de enseñanza abiertas, orientadas hacia proyectos y experiencias en el marco aleatorio y estadístico, susceptibles de cambios y de resultados inesperados e imprevisibles. Los proyectos y experiencias estadísticos que resultan interesantes y motivadores para los estudiantes generalmente consideran temas externos a las matemáticas lo cual favorece procesos interdisciplinarios de gran riqueza. Las aplicaciones y los problemas no se deben reservar para ser considerados solamente después de que haya ocurrido el aprendizaje, sino que ellas pueden y deben utilizarse como contexto dentro del cual tiene lugar el aprendizaje. El contexto tiene un



papel preponderante en todas las fases del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, es decir, no sólo en la fase de aplicación sino en la fase de exploración y en la de desarrollo, donde los alumnos descubren o reinventan las matemáticas. (MEN, 1998, p. 49)

En la misma línea García (como se citó en Pérez y Ramírez, 2011) considera que es necesario proponer a los alumnos problemas con diferentes tipos de contextos, es decir, plantear al estudiante situaciones distintas y variadas relacionadas tanto con experiencias de la vida real, como ideas ficticias con el fin de despertar la curiosidad e interés de los estudiantes a través de la creatividad de las situaciones planteadas. Poner el acento sobre los procesos de resolución y no solamente sobre los cálculos y las soluciones; cuando se enfatiza en el proceso más que en el resultado se ayuda al estudiante a transferir el conocimiento cuando se enfrente a una situación similar en el futuro; de esta forma se le está abriendo una ventana para que mejore su desempeño en los conocimientos matemáticos.

La investigación es *pertinente* porque responde al énfasis en matemática de la maestría en educación al intentar dar respuestas a una de las dificultades que está presentando la educación colombiana; la ausencia de métodos de enseñanza-aprendizaje ajustados a las exigencias de los contenidos de estudio en pensamiento aleatorio y sistema de datos en el nivel de educación básica primaria en las instituciones educativas del sector oficial. Encontrar respuestas que contribuyan a suplir la ausencia de un método de enseñanza-aprendizaje que desarrolle en los estudiantes habilidades cognitivas para la toma de decisiones en su rol social y facilite un desempeño académico acorde a las exigencias de las pruebas

implementadas por organismos internacionales y nacionales encargados de evaluar el nivel competitivo de la educación formal que se imparte.

Esta investigación es *viable* porque dispone de los recursos necesarios para llevarla a buen término. Se contó con el apoyo del rector del colegio y de los profesores donde se realizó el estudio. Con su colaboración se gestionó el consentimiento de los padres de familia o acudientes de los estudiantes que conforman la muestra poblacional. Las investigadoras son las encargadas de implementar la enseñanza del pensamiento aleatorio y sistema de datos a través de la estrategia metodológica de resolución de problemas. Además cuenta con el respaldo de la maestría en educación con énfasis en pensamiento matemático de la Universidad del Norte.

## Marco Teórico

### Marco Epistemológico y conceptual

#### **La resolución de problemas y el currículo de matemáticas.**

Stanic y Kilpatrick (como se citó Charles, 2003) consideran tres temas generales que han caracterizado el papel de la resolución de problemas en el currículo de matemáticas escolares: resolución de problemas como contexto, resolución de problemas como habilidad y resolución de problemas como arte.

**La resolución de problemas como contexto.** Se basa en la idea de que los problemas y la solución de los problemas son medios para lograr otros fines valiosos. Incluye cinco subtemas: **Como justificación:** Los problemas proporcionan justificación para la enseñanza de las matemáticas, al menos algunos problemas relacionados con las experiencias del mundo real, se incluyen en el plan de estudios para convencer a los estudiantes y profesores del valor de las matemáticas. **Como motivación:** Se relaciona con la justificación de la enseñanza de las matemáticas. Sin embargo, en el caso de la motivación, la conexión es mucho más específica, y el objetivo que se busca es obtener el interés del estudiante. Por ejemplo, un problema específico que implica la adición con reagrupación podría ser utilizado para introducir una serie de lecciones que permiten aprender el algoritmo más eficiente para agregar los números. **Como recreación:** Está relacionado con el de la motivación porque el interés de los estudiantes está involucrado, pero en el caso de la recreación, los problemas les permiten divertirse con las matemáticas que ya han aprendido. Presumiblemente, tales problemas cumplen un interés natural,

situaciones inusuales que los seres humanos no han explorado. El subtema de la recreación difiere de los dos primeros en que los rompecabezas, o problemas sin las conexiones necesarias al mundo real, son perfectamente apropiados para enseñar las matemáticas. **Como vehículo:** Los problemas a menudo son como un vehículo a través del cual un nuevo concepto o habilidad puede ser aprendido. Las técnicas de descubrimiento reflejan en parte la idea de que la resolución de problemas puede ser un vehículo para aprender nuevos conceptos y habilidades. Y cuando el currículo de matemáticas consistió exclusivamente en problemas, los problemas obviamente sirvieron como vehículos. **Como práctica:** La resolución de problemas como práctica ha tenido gran influencia en el currículo de matemáticas. En este subtema, los problemas no proporcionan justificación, motivación, recreación o vehículos tanto como la práctica necesaria para reforzar habilidades y conceptos enseñados directamente.

**Resolución de problemas como habilidad.** La resolución de problemas se ve a menudo como una de las varias habilidades que se deben enseñar en el plan de estudios de la escuela. Según este punto de vista, la resolución de problemas no es necesariamente una habilidad unitaria, sino que existe una clara orientación hacia las habilidades. Se ha convertido en dominante para aquellos que ven la resolución de problemas como un currículo valioso que merece una atención especial y no simplemente como un medio para lograr otros fines o un resultado inevitable del estudio de las matemáticas.

Poner la resolución de problemas en una jerarquía de habilidad que deben adquirir los estudiantes conduce a ciertas consecuencias en el plan de estudio. Una

es que dentro de la habilidad general de resolver problemas, se hacen distinciones jerárquicas entre resolver problemas rutinarios y no rutinarios. Es decir, la resolución de problemas no rutinarios se caracteriza como una habilidad de nivel superior que se adquiere después de habilidad para resolver problemas de rutina (que, a su vez, se adquiere después de que los estudiantes aprenden los conceptos matemáticos básicos y las habilidades). Esta visión posterga la atención a la resolución de problemas no rutinarios y, como resultado, sólo ciertos estudiantes, debido a que han cumplido los requisitos previos, están siempre expuestos a tales problemas, convirtiéndose entonces, en una actividad para los estudiantes esencialmente capaces, en lugar de para todos los estudiantes.

**Resolución de problemas como Arte.** Una visión más profunda y más completa de la resolución de problemas en el currículo de matemáticas escolares surgió de la obra de George Polya, que resucitó en nuestro tiempo la idea heurística. Los matemáticos desde Euclides y Pappus, incluyendo a Descartes, Leibniz y Bolzano, habían discutido métodos y reglas para el descubrimiento y la invención en matemáticas, pero sus ideas nunca llegaron al currículo escolar. Le quedaba a Polya reformular, extender e ilustrar varias ideas sobre el descubrimiento matemático de una manera que los maestros pudieran entenderla y usarla.

## **Modelos de Resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas**

### **Modelo de George Polya.**

La experiencia de Polya en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas le llevó a preguntar cómo llegaron a ser las matemáticas -¿cómo hizo la gente para hacer descubrimientos matemáticos? ¿No comprenderán los estudiantes mejor las matemáticas si ven cómo se creó en primer lugar y si pueden obtener algún gusto de descubrimiento matemático por sí mismos? La experiencia de Polya como matemático lo llevó a concluir que la cara acabada de las matemáticas presentada deductivamente en las revistas matemáticas y en los libros de texto no hace justicia al sujeto. Las matemáticas terminadas requieren razonamiento demostrativo, mientras que las matemáticas en la fabricación requieren el razonamiento plausible. Si los estudiantes van a utilizar el razonamiento plausible, necesitan aprender cómo.

Polya argumentó que un objetivo principal de la educación es el desarrollo de la inteligencia “Enseñar a los jóvenes a pensar”. En la escuela primaria se debe enseñar a los niños a hacer su aritmética de manera más que mecánica, porque aunque el rendimiento perspicaz es un objetivo más ambicioso, en realidad tiene una mejor oportunidad de éxito. Produce resultados más rápidos y permanentes. En la escuela secundaria, las matemáticas deben ofrecer algo a los que quieren, y los que no, usan las matemáticas en sus estudios o carreras posteriores. Esas mismas matemáticas se deben enseñar a todos los estudiantes porque nadie puede saber de antemano qué estudiantes usarán las matemáticas profesionalmente.

Si la enseñanza de las matemáticas sólo da una idea unilateral y atrofiada del pensamiento del matemático, si suprime totalmente esas actividades "informales" de

adivinar y extraer conceptos matemáticos del mundo visible que nos rodea, descuida lo que puede ser más interesante para el estudiante general, lo más instructivo para el futuro usuario de las matemáticas, y lo más inspirador para el futuro matemático.

Para Polya, la resolución de problemas era un arte práctico, «como nadar, esquiar o tocar el piano» (1981, p. IX). Uno aprende tales artes por la imitación y la práctica. Polya asumió que ni la simple solución de los problemas por sí sola sin guía conduce a un mejor desempeño, ni el estudio de las matemáticas por su propia naturaleza eleva el nivel general de inteligencia. En cambio, reconoció que las técnicas de resolución de problemas necesitan ser ilustradas por el profesor, discutidas con los estudiantes, y practicadas de una manera perspicaz, no mecánica. Además, observó que aunque los problemas de rutina pueden ser utilizados para cumplir ciertas funciones pedagógicas de enseñar a los estudiantes a seguir un procedimiento específico o utilizar una definición correcta, sólo a través del uso juicioso de los problemas no rutinarios los estudiantes pueden desarrollar su capacidad para resolver problemas.

En la formulación de Polya, el maestro es la clave. Sólo un profesor sensible puede establecer el tipo adecuado de problemas para una clase dada y proporcionar la cantidad adecuada de orientación. Porque la enseñanza, también, es un arte, nadie puede programar o de otro modo mecanizar la enseñanza de la resolución de problemas; Sigue siendo una actividad humana que requiere experiencia, gusto y juicio.

Los defensores de la enseñanza de las matemáticas a través de la solución de problemas basan su pedagogía en la noción de que los estudiantes que se enfrentan a situaciones problemáticas descentran sus conocimientos existentes para resolver esos problemas y en el proceso de resolver los problemas, construyen nuevos conocimientos y nuevos aprendizajes (Charles, 2003)

George Polya propone 4 fases involucradas en la resolución de problemas matemáticos: Comprender el problema: Ver claramente lo que se pide, determinar la relación entre los datos y lo incógnito. De no encontrarse una relación inmediata puede considerarse problemas auxiliares, hasta obtener finalmente un plan de solución. El alumno debe comprender el problema, pero no sólo comprenderlo, sino también debe desear resolverlo. Se formulan interrogantes: Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es suficiente?

Idear un plan: Tenemos que captar las relaciones que existen entre los diversos elementos, ver lo que liga a la incógnita con otros datos a fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan. Si no puede resolver el problema propuesto, trate de resolver primer algún problema similar. De hecho, lo esencial en la solución de un problema es el concebir la idea de un plan. Esta idea puede tomar forma poco a poco, o bien, después de ensayos aparentemente infructuosos y de un periodo de duda, se puede tener de pronto una "idea brillante". Lo mejor que puede hacer el maestro por su alumno es conducido a esa idea brillante ayudándole pero sin imposiciones. ¿Podría imaginarse un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema análogo?



¿Puede resolver una parte del problema? Considerar sólo una parte de la condición; descartar la otra parte; ¿en qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿En qué forma puede variar? ¿Puede usted deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puede pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita o los datos o ambos si es necesario, de tal forma que la nueva incógnita y los nuevos datos estén más cercanos entre sí.

Ejecutar un plan: Al ejecutar el plan de la solución, compruebe cada uno de los pasos. Ello supone realizar las acciones particulares, regular la conducta para que se ajuste al plan prefijado y tomar decisiones con respecto a aspectos tales como la exactitud versus velocidad, etc. ¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede usted demostrarlo? Requiere que el sujeto ponga en práctica el plan elaborado comprobando cada uno de los pasos a aplicar, controlar cada paso, comprobar que son correctos.

Examinar o Verificar: Una vez encontrada la solución volver atrás, revisarla y discutirla. El sujeto comprueba el resultado utilizando otro método o viendo cómo todo encaja, se pregunta: ¿Puede usted verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento? ¿Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede usted emplear el resultado o el método en algún otro problema? Reconsiderar la solución, reexaminando el resultado y el camino que les condujo a ella, podrían consolidar sus conocimientos y desarrollar sus aptitudes para resolver problemas. (Polya, 1965).

Modelo de Alan Schoenfeld. Schoenfeld (como se citó en Barrantes, 2006) En su libro “Mathematical Problem Solving” llegó a la conclusión de que cuando se tiene o se quiere trabajar con resolución de problemas como estrategia didáctica hay que tener en cuenta situaciones más allá de las puras heurísticas; de lo contrario no funciona, no tanto porque las heurísticas no sirvan, sino porque hay que tomar en cuenta otros factores. Para una persona que resuelve problemas, conocer dos, tres,..., diez estrategias, es tener una caja de herramientas a su disposición. Frente a un nuevo problema puede utilizar tal estrategia, y si no funciona, probar con otra, como el carpintero. La persona que no conoce ninguna estrategia, tiene una caja vacía, con lo que no es fácil que llegue a resolver el problema; por el contrario, si conoce métodos de resolución de problemas, conoce el modelo, conoce varias cosas, entonces sabe algo de cómo enfrentarse a los problemas y sabe qué alternativas puede utilizar para resolver un problema.

La idea de Schoenfeld es que hay que controlar la actividad de la resolución de problemas, si se toma una estrategia, un instrumento de la caja y se usa para

intentar resolver un problema, hay que controlar lo que pasa y, en cierto momento, decir: ¡basta!, no va bien con este instrumento y vamos a intentar utilizar otro.

Puede haber varias estrategias heurísticas posibles que pueden usarse para resolver un determinado problema, cada una de las heurísticas o estrategias que se usen pueden tener sus diferencias; puede que se seleccione una que es inútil, existiendo muchas que son útiles, todo eso debe ser controlado.

De acuerdo a lo anterior, Schoenfeld establece los siguientes procesos o episodios en la resolución de problemas.

**Los recursos:** Éstos son los conocimientos previos que posee el individuo; se refiere, entre otros, a conceptos, fórmulas, algoritmos, y, en general, todas las nociones que se considere necesario saber para enfrentarse a un determinado problema; el profesor debe estar claro sobre cuáles son las herramientas con las que cuenta el sujeto que aprende. También cita algo que él llama *inventario de recursos*, donde el profesor debe conocer cómo accede el estudiante los conceptos que tiene; alguien puede tener una serie de conocimientos y no puede acceder a ellos de ninguna manera. Las *circunstancias estereotípicas*, según Schoenfeld provocan respuestas estereotípicas. Por ejemplo, a alguien le ponen a resolver un problema, por ejemplo, cómo encontrar un punto máximo; entonces, quien lo trata de resolver simplemente dice: aquí tengo que encontrar una función de alguna forma, derivar, ver dónde se hace cero la derivada, y analizar dicho punto; esa sería una respuesta estereotípica ante un problema de máximos. *Los recursos defectuosos*, el estudiante tiene un almacén de recursos, pero algunos pueden ser defectuosos; por ejemplo, alguna fórmula o procedimiento mal aprendido o que él cree que se usan en alguna

situación pero resulta que no es así. Muchas veces el profesor pone un problema y dice que es muy fácil, lo dice porque tiene años de manejar el tema y pierde la perspectiva de la dificultad que, tal vez, incluso para él, tuvo en alguna ocasión anterior. Hay que tener claro que lo que para unos es fácil, no necesariamente lo es para todos

***Control:*** Se refiere a cómo un estudiante ante un determinado problema puede ver una serie de caminos posibles para su solución, el estudiante tiene que ser capaz de darse cuenta si el que seleccionó en determinado momento está funcionando o si va hacia un callejón sin salida; es decir, tiene que darse cuenta a tiempo, retroceder e intentar de nuevo por otra vía. La persona que está resolviendo el problema debe contar con la habilidad para monitorear y evaluar el proceso. Schoenfeld señala que es, también, conocimiento de sí mismo: la persona que está resolviendo el problema debe saber qué es capaz de hacer, con qué cuenta, o a sea, conocerse en cuanto a la forma de reaccionar ante esas situaciones.

***Las creencias:*** Las creencias sobre la matemática inciden notablemente en la forma en que los estudiantes, e incluso los profesores, abordan la resolución de algún problema. Condicionan muchos aspectos relacionados con el aprendizaje de la matemática. Por ejemplo, determinan en el estudiante cuándo considera que debe enfocarse en conocimientos formales y cuándo no. También determina la forma en que tratan de aprender matemática, memorizando o no. Es decir: los estudiantes pueden creer que la matemática es solamente una serie de reglas que simplemente van a memorizar, o pueden creer que las matemáticas son una elaboración de conceptos, patrones, establecimiento de relaciones, entonces, probablemente van a

tratar de comprenderlas pues creen que tal comprensión les va a ser útil. (Barrantes ,2006)

### **El modelo de Lester.**

De acuerdo con Lester (como se citó en -Pifarré, 2001) básicamente, el profesor ha de desempeñar tres funciones en la enseñanza de estrategias de resolución de problemas: a) ha de facilitar el aprendizaje de estrategias, bien con su instrucción directa o bien con el diseño de los materiales didácticos adecuados; b) ha de ser un modelo de pensamiento para sus alumnos; y c) ha de ser un monitor externo del proceso de aprendizaje de los alumnos, aportando, en un primer momento, las ayudas necesarias que faciliten la ejecución por parte del alumno de determinadas actuaciones cognitivas que sin esta ayuda externa no podría realizar y que, en un segundo momento, irá retirando gradualmente a medida que el alumno sea capaz de utilizarlas de manera autónoma.

### **El modelo de Artzt y Armour-Thomas.**

Artzt y Armour-Thomas (como se citó en Solaz, y San José, 2008) plantean la relevancia de los procesos metacognitivos, durante la resolución de problemas en pequeños grupos. Acaban concluyendo que las interacciones continuas entre las destrezas cognitivas y metacognitivas resultan trascendentales en la consecución de la resolución de problemas.

### **La Resolución de problemas como estrategia metodológica en la enseñanza de las matemáticas**

Entre los estudiantes persiste el mito que las matemáticas son de difícil comprensión, en su entorno escuchan frases como: “Yo también era malo en

matemáticas”, “las matemáticas no son para mí”; lo que termina enfatizando la idea de que son necesarias capacidades mentales superiores para entenderlas. Las condiciones de la actual sociedad demandan estrategias metodológicas dinámicas, que inviten al estudiante a involucrar todas sus capacidades, habilidades y destrezas mentales para obtener un aprendizaje significativo. Enseñar las matemáticas mediante la resolución de problemas es una forma de contribuir a que tengan una visión diferente de esta área del conocimiento y por tanto mayor éxito en su aprendizaje.

La resolución de problemas está inmersa dentro del modelo pedagógico social, el cual propone el desarrollo máximo y multifacético de las capacidades e intereses del estudiante. Tal desarrollo está influido por la sociedad, por la colectividad donde el trabajo productivo y la educación están íntimamente unidos para garantizar a los estudiantes no sólo el desarrollo del espíritu colectivo sino el conocimiento científico- técnico y el fundamento de la práctica para la formación científica de las nuevas generaciones.

La pedagogía social cumple con cuatro requisitos tales como:

- a. Los retos y problemas a estudiar son tomados de la realidad, no son ficticios ni académicos y la búsqueda de su solución ofrece la motivación intrínseca que requieren los estudiantes.
- b. El tratamiento y búsqueda de la situación problemática se trabaja de manera integral mediante una práctica contextualizada.
- c. Se observa a los compañeros en acción, no para imitarlos ni criticarlos sino para revelar los procesos ideológicos implícitos, sus presupuestos, concepciones y

marcos de referencia. La fuerza de los argumentos, la coherencia y utilidad de las propuestas y la capacidad de persuasión, son la autoridad en las discusiones, aun en contra de las razones académicas del profesor o libro de texto.

d. La evaluación es dinámica, pues lo que se evalúa es el potencial de aprendizaje que se vuelve real gracias a la enseñanza, a la interacción del estudiante con aquellos que son más expertos que él. (Flórez, 2005, p. 197)

Los principios y estándares de la educación matemática de National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) definen dentro de los estándares de proceso, la resolución de problemas como: No es sólo un objetivo del aprendizaje de las matemáticas, sino también una de las principales maneras de hacer matemática. Esta es una parte integral, no una pieza aislada del programa de matemáticas. Los estudiantes necesitan tener oportunidades frecuentes para formular, enfrentar y resolver problemas complejos que requieren mucho esfuerzo. A su vez, los estudiantes deberían ser estimulados a reflexionar sobre sus razonamientos durante el proceso de resolución de problemas, de manera tal que sean capaces de aplicar y adaptar las estrategias que han desarrollado en otros problemas y contextos. Al resolver problemas matemáticos, los estudiantes adquieren formas de pensar, hábitos de persistencia y curiosidad, y confianza al enfrentar situaciones nuevas los cuales les servirán fuera de la clase.

El Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES) define la resolución de problemas como: Capacidad para formular problemas a partir de situaciones dentro y fuera de la matemática, traducir la realidad a una estructura matemática, desarrollar y aplicar diferentes estrategias y justificar la

elección de métodos e instrumentos para la solución de problemas, justificar la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de una respuesta obtenida. Verificar e interpretar resultados a la luz del problema original y generalizar soluciones y estrategias para dar solución a nuevas situaciones problema (Acevedo, Montañez, Huertas, y Pérez, 2007)

Otra afirmación al respecto es la que expresa Branca (como se citó en Alonso y Martínez, 2003), quien define la Resolución de problemas como un objetivo general en la enseñanza de la Matemática, ya que ésta se justifica por su aplicación y utilidad en la vida real. Es un proceso del pensamiento, pues al resolver un problema se aplican conocimientos previos a situaciones nuevas o poco conocidas y se intenta reorganizar datos y conocimientos previos en una nueva estructura mediante un proceso secuencial; en este sentido son tan importantes procedimientos y métodos empleados como el resultado final. Por último, es una destreza básica cuando se consideran los contenidos específicos, los tipos de problemas y sus métodos de solución, de este modo se pueden organizar el trabajo escolar de enseñanza de conceptos y aprendizaje de destrezas.

Cuando se implementa la estrategia metodológica de resolución de problemas se desarrolla en los estudiantes competencias conceptuales, procedimentales y actitudinales. Para construir una representación mental del problema, el aprendiz sigue dos etapas: *traducción* del problema e *integración*. En la primera, el estudiante extrae conceptos de la descripción textual del problema mediante su conocimiento lingüístico y semántico. Los estudios de Lee y colaboradores (como se citó en Solaz y Sanjosé, 2008) ponen en evidencia que el éxito en la resolución de



problemas depende enormemente de una adecuada **traducción del enunciado** del problema, y del adecuado encaje de dicho enunciado en la base de conocimientos del estudiante. Por ello, destacan como variables relevantes: la habilidad para traducir los problemas, esto es, la capacidad de comprenderlos, analizarlos, interpretarlos y definirlos; la relación en la estructura cognitiva del estudiante entre los diferentes conceptos implicados en el problema; y la acumulación de experiencia en la resolución de problemas. **En la integración**, se demanda del aprendiz la conexión de las proposiciones del enunciado del problema para elaborar una representación coherente. En esta etapa, el estudiante tiene que hacer uso de su conocimiento esquemático de problemas, tanto para integrar piezas de información del problema, como para determinar la categoría del mismo. Cuando la descripción del problema se ha transformado en un modelo mental adecuado, se puede decir que el estudiante ha comprendido el problema y está en condiciones de solucionarlo correctamente.

### **La Clase para pensar y la resolución de problemas matemáticos**

La clase para pensar parte de la premisa que aprender implica resolver un problema y /o investigar o contestar una pregunta. Siguiendo una orientación de aprendizaje basada en resolución de problemas, se facilita la solución de problemas de tipo creativo, crítico y/o práctico. (Sternberg, 1997), articulando a éstos los aspectos de desarrollo humano que se busque facilitar en la clase, y una concepción de currículo disciplinar que fusiona los procesos y los contenidos subyacentes en cada una de las disciplinas. Propone situaciones problemáticas abiertas, con el propósito de que los estudiantes puedan tomar decisiones para precisarlas. Estas

situaciones deben corresponder a la zona de desarrollo potencial de los estudiantes (Vygotsky, 1972). Es decir, los problemas no deben ser ni muy fáciles, ni muy difíciles, de tal manera que puedan incentivar y motivar a los estudiantes a aprender con la intención de favorecer en ellos la reflexión sobre la relevancia y el posible interés de situaciones propuestas que brinden sentido a su estudio, sin perder de vista el programas curricular y de desarrollo humano. (López, 2011)

La clase para pensar facilita la evaluación y el desarrollo de los procesos cognitivos, en fusión con los contenidos curriculares que busca enseñar. Se facilitan los procesos inherentes a la resolución de problemas, a la metacognición, al pensamiento creativo y al pensamiento crítico. Dentro del evento de la resolución de problemas se incluyen acciones que involucran varios procesos de pensamiento:

***Exploración:*** Es el proceso en el cual el estudiante integra la activación del conocimiento previo en torno a los contenidos, problemas similares y estrategias de solución de los mismos.

***Comprensión:*** Esfuerzo del estudiante por aprehender la naturaleza del problema. Incluye: A. Reconocimiento de los datos del problema, donde se espera que el estudiante haga un recuento de los datos que consideró en su cabeza; B. Reconocimiento de la pregunta problema.

***Adquisición de la nueva Información:*** Momento en el que el estudiante pide repetición de la pregunta y recoge nueva información o información que antes no había escuchado o prestado atención, se espera conocer qué información nueva capturó el niño cuando se le repitió la pregunta.

***Analiza:*** Esfuerzo del estudiante por examinar los elementos del problema.

Incluye: A. Dividir el problema por partes, B. Simplificar el problema, donde se espera conocer si analizó el problema planteado resaltando la información más relevante, C. Seleccionar el tipo de operación aritmética a realizar.

***Planeación:*** Incluye las decisiones que se toman acerca del procedimiento y estrategias que va utilizar para resolver el problema.

***Implementación:*** Es el elemento donde el estudiante realiza el plan pensado. Incluye las estrategias planteadas

***Monitoreo local:*** El momento en el que el estudiante reflexiona acerca de las actividades o problemas, y la forma cómo está llevando a cabo o solucionando los mismos. Incluye la auto regulación y auto chequeo durante la resolución del problema y como es deseado, en ocasiones la implementación de la estrategia remedial.

***Monitoreo global:*** El momento en el que el estudiante reflexiona acerca de las actividades o problemas y la forma cómo llevó a cabo, o solucionó los mismos. Incluye la auto regulación y la autoevaluación al finalizar la resolución del problema y como es deseado, en ocasiones la implementación de la estrategia remedial. (López, 2011)

### **Pensamiento aleatorio y sistema de datos en el currículo de matemáticas**

La estadística es una de las disciplinas que más importancia han tenido desde los inicios mismos del hombre. En las últimas décadas, sus métodos y aplicaciones han permeado la mayoría de las áreas de la ciencia. La realidad es que se ha convertido en una disciplina que evolucionó para quedarse e incorporarse a la

cultura de la sociedad moderna. Actualmente la estadística está mucho más relacionada con otras disciplinas más que las matemáticas. Se ha usado como lenguaje y método de investigación científica en áreas tan diferentes como la lingüística, geografía, física, ingeniería, psicología y economía.

Sin embargo, en contextos más generales, como las notas que aparecen en medios masivos de comunicación, es común encontrar información con errores en la presentación y valoración de los datos. Del mismo modo, en documentos académicos se pueden encontrar representaciones gráficas y tablas mal elaboradas. En las aulas escolares ocasionalmente se detectan concepciones erróneas sobre conceptos estadísticos básicos. Lo anterior tiene naturalmente implicaciones desfavorables para la sociedad que los lee, observa o escucha. Por tanto, para el ciudadano común el saber estadística se ha convertido en una necesidad y una obligación de su educación integral porque implica más que su uso como herramienta, técnica o método. (Cuevas e Ibáñez, 2008)

Dentro de la variedad de definiciones que se pueden encontrar de lo que es la estadística nos identificamos con la siguiente.

La estadística es la ciencia de los datos. Con más precisión, el objeto de la estadística es el razonamiento a partir de datos empíricos. La estadística es una disciplina científica autónoma, que tiene sus métodos específicos de razonamiento. Aunque es una ciencia matemática, no es un sub campo de la Matemática. Aunque es una disciplina metodológica, no es una colección de Métodos. (Batanero y Godino, 2002)

En los lineamientos curriculares de Matemáticas se expresa: La introducción de la estadística y la probabilidad en el currículo de matemáticas crea la necesidad de un mayor uso del pensamiento inductivo al permitir, sobre un conjunto de datos, proponer diferentes inferencias, las cuales a su vez van a tener diferentes posibilidades de ser ciertas. El carácter no determinista de la probabilidad hace necesario que su enseñanza se aborde en contextos significativos, en donde la presencia de problemas abiertos con cierta carga de indeterminación permite exponer argumentos estadísticos, encontrar diferentes interpretaciones y tomar decisiones. “Explorar e interpretar los datos, relacionarlos con otros, conjeturar, buscar configuraciones cualitativas, tendencias, oscilaciones, tipos de crecimiento, buscar correlaciones, distinguir correlación de causalidad, calcular correlaciones y su significación, hacer inferencias cualitativas, diseños, pruebas de hipótesis, reinterpretar los datos, criticarlos, leer entre líneas, hacer simulaciones, saber que hay riesgos en las decisiones basadas en inferencias” son logros importantes en el aprendizaje de la estadística. (M.E.N., 1998 p. 47)

## Estado de arte

Dentro de las investigaciones que han indagado sobre los efectos de procesos de enseñanza-aprendizaje, utilizando estrategias metodológicas basadas en resolución de problemas encontramos a Firdaus y Herman, (2017). La investigación se planteó como objetivo mejorar el conocimiento matemático de los estudiantes de la escuela primaria a través del aprendizaje basado en problemas y el modelo de instrucción directa, determinando si existen diferencias en el aumento de la competencia matemática entre los estudiantes que recibieron el aprendizaje basado en problemas y los que reciben la instrucción directa con tres categorías de localización de la escuela (rural, urbano y la transición del condado). La población la conforman estudiantes de quinto de escuelas de educación primaria, la muestra está representada por 2 escuelas de zona rural, 2 de transición al condado y 2 de la zona urbana. Para la recolección de datos el instrumento que se empleó fue una evaluación de alfabetización matemática con 15 preguntas. Se aplicó una prueba pre test al grupo experimental y al grupo control antes de la intervención y el post test después de la intervención. Los resultados de la prueba de significancia de matemáticas de los dos grupos, el grupo experimental obtuvo un aumento de diferencia media promedio 0.19. Los resultados para las escuelas ubicadas en el pueblo, la ciudad y la transición al condado; el valor de probabilidad (Sig.) es menor que 0,05. Existen diferencias significativas en aumento de la media en cuanto a la alfabetización matemáticas para los estudiantes con el modelo de resolución de problemas; demostrando que el modelo es eficaz.

La investigación desarrollada por Bostic, (2015) tuvo el objetivo de describir un tipo de enseñanza para la resolución de problemas en el área de Matemáticas en una escuela intermedia y explorar los resultados de los estudiantes en comparación con sus compañeros donde se empleó un modelo de enseñanza tradicional explícita dirigida por sus maestros. La población la conforman estudiantes de matemáticas de 6 grado K-12 de una escuela de la Florida, la muestra fue seleccionada al azar, 18 estudiantes en el grupo experimental con el enfoque la resolución de problemas guiados por el investigador y dos grupo control con 20 estudiantes cada uno, con el modelo de enseñanza tradicional explícita. Los instrumentos de medida fueron una prueba diagnóstica, el pre test y un post test de resolución de problemas, con 5 problemas adaptados a sus intereses y conocimientos determinados por profesores de matemáticas. Los estudiantes recibieron 3 secciones de clases por semana, una de 60 min y dos de 120 min. c/u. durante un mes. Los resultados indican que los estudiantes del grupo experimental se desempeñaron mejor en la resolución de problemas ( $t(17) = 2.65, p = .02, d = .489$ ) mientras el grupo control no mejoró ( $t(39) = 0.52, p = .61$ ). El desempeño en una prueba de unidad temática después de realizada la intervención favoreció al grupo experimental en la resolución de problemas ( $F(1,55) = 8.27, p < 0.005, d = 0.79$ .)

Así también Castro, (2007) realizó una investigación con el objetivo de determinar los efectos de la resolución de problemas como estrategia metodológica en la modelación y solución de problemas matemáticos que involucran ecuaciones de primero y de segundo grado, la muestra la conformaron 27 estudiantes de primer semestre de ingeniería. El método empleado fue el cuasi-experimental; inicialmente

se aplicó un pre-test, luego se desarrollaron dos guías de estudio empleando la estrategia metodológica de resolución de problemas bajo la orientación de la investigadora y el profesor encargado del grupo, un diario de campo no estructurado, en el que se consignaron las observaciones sobre las actitudes de los estudiantes y sus actividades desarrolladas en las sesiones de trabajo individual y grupal, finalizando con un pos test. No hubo grupo control. Los resultados donde se analizaron 7 ítems relacionados con el proceso de resolución de problemas indican: En identificación de variables (18% / 92%), dibujo de un diagrama (37% / 62%), modelación (25% / 81%), solución de ecuaciones (14% / 74%), interpretación de resultados (3,7% / 29%), se encuentra diferencia significativa entre las proporciones de estudiantes que ejecutaron bien cada ítem después de la intervención. En los ítems relación entre variables (70% / 85%) y verificación de resultados (11%, 25%) no se encontró diferencia significativa, los progresos fueron pocos, lo que refleja la necesidad de insistir más en estos aspectos para desarrollar en los estudiantes estas habilidades. La estrategia también surtió efecto sobre el rendimiento promedio de notas de los estudiantes (1.50 / 3,10). En general la estrategia dio resultados positivos.

Diversos investigadores se han referido a lo que compete o consideran estrategias de enseñanza basada en resolución de problemas y han analizado en sus estudios mediante evaluaciones pre-test, post-test, si la estrategia de enseñanza tienen o no efecto sobre los estudiantes. Otros de estos investigadores fueron Pifarré, Manoli y Sanuy, (2001) quienes plantearon probar la enseñanza-aprendizaje de estrategias generales o heurísticas (De tipo cognitivo y



metacognitivo) y de estrategias específicas de resolución de problemas sobre proporcionalidad directa, en una muestra está representada por los estudiantes de 3° de enseñanza secundaria obligatoria realizándose en tres fases: evaluación inicial, intervención o realización de la propuesta didáctica y evaluación final. Los profesores de matemáticas que participaron en el estudio recibieron 30 horas de formación tiempo durante el cual diseñaron la propuesta a implementar, de acuerdo a las características de su contexto educativo. Las pruebas de evaluación inicial y final consistieron en la resolución de siete problemas sobre proporcionalidad, cinco de los cuales se resolvían individualmente y dos en pareja, la formación de las parejas de alumnos para realizar la propuesta didáctica y las pruebas de evaluación se realizan a partir de la puntuación obtenida en la resolución individual de los cinco problemas de la prueba de evaluación inicial agrupando los alumnos en tres tipos de parejas: homogéneas altas, homogéneas bajas y heterogéneas. Para garantizar la fiabilidad de la corrección de las pruebas, el 25% de éstas han sido corregidas por un sistema de dos jueces. La fiabilidad entre los dos jueces fue muy alta: las correlaciones se sitúan entre 0,86 y 1. Se observa en los resultados obtenidos después de realizar la propuesta didáctica un incremento estadísticamente significativo respecto al nivel de aprendizaje inicial, tanto en la resolución individual de problemas ( $t(1,59) = 8,93$ ;  $p = ,000$ ) como en la resolución de problemas en pareja ( $t(1,59) = 5,65$ ;  $p = ,000$ ); lo que permite afirmar la incidencia positiva del desarrollo de la propuesta didáctica en el aprendizaje.

León, (2007) planteó determinar si la estrategia de enseñanza problémica, aplicada a las Competencias Básicas es una alternativa de solución para los

estudiantes de ingeniería en la resolución de problemas de física I conformada por una muestra de 192 estudiantes distribuidos en dos grupos de 96 cada uno, denominados Grupo Experimental y Grupo Control. Los instrumentos de análisis aplicados a los dos grupos fueron un pre test, como diagnóstico inicial, finalizando con un pos test, que sirvió como referencia para determinar el efecto de la aplicación de las estrategias. El grupo Control siguió su proceso curricular y metodológico convencional, mientras que al grupo Experimental se aplicaron las estrategias de la Enseñanza problémica, con fundamento en las Competencias Básicas. En los resultados del pre test el 23% de los 192 estudiantes dieron respuestas acertadas, el 77% restante respuestas desacertadas. En los resultados del pos test, se observa que el grupo experimental superó el 60% de respuestas acertadas; se destacó sobre el grupo control con una diferencia porcentual en promedio de 24%. Los estudiantes del grupo experimental se mostraron más recursivos, creativos y competentes al momento de interpretar, argumentar y proponer el desarrollo y solución de las situaciones problémicas planteadas; resultados igualmente positivos encontró Iriarte, (2011), al intentar determinar la influencia de las estrategias didácticas con enfoque metacognitivo en el desarrollo de la competencia para resolver problema matemáticos en estudiantes de quinto grado de básica primaria de la Institución Educativa Normal Superior de Sincelejo.

La población estaba conformada 10 grupos de 5° de EBP, en total 338 estudiantes escogiendo de forma aleatoria una muestra de 4 grupos, en total 135 estudiantes empleando un diseño cuasi experimental, los instrumentos de análisis

aplicados fueron una prueba pre test y una pos test, planteando situaciones problemas contextualizados aplicadas en dos grupos experimentales, a ambos se les intervino con la estrategia didáctica con enfoque metacognitivo, a uno de ellos se le aplicó pre test y pos test, al otro sólo el pos test tomando dos grupos de control, los cuales no fueron intervenidos con la estrategia, sin embargo, a uno de ellos se le aplicó el pre test y pos test, al otro solo el pos test , realizando 30 intervenciones con una duración de 50 min. C/u. donde se esperaba que se potencie el desarrollo de la competencia de resolución de problemas matemáticos contextualizados. Se desarrolla un programa de formación de 6 encuentros a los docentes encargados de los 2 grupos experimentales. Los resultados del estudio con el grupo control al que se le aplicó una prueba de signos bilateral ( $P = 0.648$ ), corroboró que no hay diferencias entre la aplicación de la prueba diagnóstica y el pos test, no avanzaron en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas matemáticos; en cuanto al grupo experimental la aplicación de la misma prueba sí presentó diferencias estadísticamente significativas al 5% de significancia, ( $Z = -2.157$ ,  $P = 0.031$ ) Se observó un desarrollo positivo de competencia resolución de problemas matemáticos contextualizados. Al comparar los puntajes del Pre test del grupo control (3,1), grupo experimental (3,3), con los del pos test, grupos control (3, 3) y experimental (4,4) se observó una marcada la diferencia.

Castro y Duarte, (2015) en su investigación buscaron determinar los efectos de la estrategia enseñanza problémica en el aprendizaje de conceptos de cálculo diferencial en estudiantes de primer semestre de la UPB. Se siguió un modelo

cuantitativo con un diseño cuasi experimental, con una muestra inicial de 116 estudiantes; finalizando con 96. Participaron 4 cursos: dos como grupo experimental (estrategia de enseñanza problémica) y dos grupos control (estrategia tradicional expositiva- participativa). Los instrumentos utilizados fueron: pruebas pre test, pruebas pos test y guías con situaciones problémicas. Los resultados mostraron que la mayoría de los estudiantes intervenidos con la estrategia de enseñanza problémica, se apropiaron de los conceptos función, límite y derivada y lograron establecer con argumentos prácticos la importancia de éstos dentro de su formación como futuros ingenieros. Se concluye que el diseño de situaciones problémicas es un buen elemento de apoyo didáctico y un referente en la enseñanza de otros conceptos.

Así también Norabuena, (2015) En su investigación indagó la influencia de la enseñanza problémica para el logro de habilidades matemáticas en la resolución de problemas de álgebra de los alumnos del segundo grado de educación Secundaria de la Institución Educativa “Nuestra señora de la asunción”. La muestra está conformada por 56 estudiantes. Trabajó con dos grupos iguales y equivalentes, inicialmente se aplicó un pre-test tanto al grupo experimental como al grupo control, después de la intervención que consistió en 12 secciones de clase empleando la metodología de resolución de problemas con el grupo experimental. Con el grupo control se asistió la metodología tradicional. Al finalizar la intervención se aplicó el Post- test, empleando la misma prueba a los dos grupos. El análisis de los resultados del grupo experimental indica que el 64.3 % de alumnos han desaprobado el Pre-test, el

96.4% no han logrado un aprendizaje que les permita internalizar sus conocimientos de álgebra y aplicarlos a su vida diaria. El promedio de notas tabuladas obtenidas es de 9.375, lo cual refleja problemas en los aprendizajes conceptual, procedimental y actitudinal. La nota era de 0 a 20. En los resultados del pos test cuatro alumnos desaprobaban sin haber logrado un aprendizaje significativo, obtuvieron notas entre seis y diez (14.3%), cinco aprobaron sin aprendizaje significativo, con nota entre once y quince (17.9%), diecinueve alumnos aprobaron con notas entre dieciséis y veinte (67.9%), demostrando un aprendizaje significativo. El promedio de notas tabuladas obtenidas es de 15.68, lo cual refleja una mejora significativa en relación y permiten interpretar que los alumnos del grupo experimental, a quienes se les aplicó la metodología de la enseñanza Problémica, sí han desarrollado habilidades matemáticas para desarrollar problemas de álgebra.

Los resultados de estas investigaciones permiten evidenciar que al implementar estrategias de enseñanza basadas en resolución de problemas los estudiantes aprenden los conceptos y procedimientos a medida que realizan una actividad mental, generando conflictos cognitivos que conllevan a una mayor apropiación de los contenidos curriculares y por tanto a mejorar su desempeño académico, fin primordial de todo proceso de enseñanza- aprendizaje.

Investigaciones desarrolladas con la estrategia metodológica clase para pensar, donde está inmersa la enseñanza de resolución de problemas dan muestra de los aprendizajes obtenidos a través de su aplicación, un ejemplo de ello es la investigación de Charris y Espinosa, (2010) quienes indagaron acerca del efecto del

programa de formación de docentes “Enseñando a pensar” en el Conocimiento Pedagógico del Contenido, los procesos cognitivos y estrategias en la resolución de problemas de estructuras aditivas. La muestra la conforman 70 docentes de instituciones educativas del departamento del Atlántico (33 de un grupo control y 37 de un grupo experimental), 200 estudiantes (100 del grupo control y 100 del grupo experimental). Los docentes recibieron formación a través de sesiones de trabajo de 4 horas, realizadas durante 4 meses. Para recolectar los datos emplearon: Un cuestionario (pre test, Pos test) sobre conocimiento pedagógico de contenido para los docentes del grupo experimental. Así mismo se utilizó La Entrevista Flexible Semi-estructurada específica para la evaluación de los Procesos Cognitivos y Estrategias utilizada para resolver problemas, se aplicó a todos los estudiantes. Los resultados mostraron que los docentes del grupo Experimental mejoraron significativamente el Conocimiento Pedagógico del Contenido relacionado con los procesos cognitivos y estrategias para la resolución de problemas de estructuras aditivas, y esto se vio reflejado en un mejor rendimiento de sus estudiantes en la resolución de dichos problemas.

En cuanto al efecto en los estudiantes Barrientos, Cervantes y Sierra, (2014) realizaron una investigación para determinar el efecto de un módulo de formación docente en la resolución de problemas geométricos - métricos de los estudiante en una muestra de 62 estudiantes de segundo grado de Educación Básica Primaria, 31 estudiantes en el grupo experimental y 31 estudiantes en el grupo control. El instrumento para recolectar los datos fue: Entrevista Flexible semi estructurada para la resolución de problemas geométricos adaptado para

niños de segundo grado de básica primaria de Rada, Tafur y Varela (2013). Se aplicó a los estudiantes un pre-test de la entrevista, La docente del grupo experimental se capacitó en resolución de problemas geométricos –métricos y elaboró un módulo con igual metodología para desarrollarlo con los estudiantes. Después de la intervención al grupo experimental, se aplicó el pos-test de la entrevista flexible a los dos grupos. Los resultados arrojados por este instrumento mostraron que el módulo de formación docente generó mejorías significativas en el acceso a los procesos y al dominio de los conceptos geométricos –métricos en los estudiantes del grupo experimental.

### **Pensamiento aleatorio - sistema de datos y resolución de problemas**

En lo referente a investigaciones relacionadas con la implementación de la estrategia metodológica de resolución de problemas en pensamiento aleatorio y sistema de datos encontramos la de Espinoza y Sánchez, (2014) El objetivo fue determinar la influencia de una propuesta metodológica de aprendizaje basado en problemas para enseñar y aprender algunos de los contenidos de estadística y probabilidad, en el rendimiento académico, la motivación y las estrategias de aprendizaje de los estudiantes. La población la conforman los estudiantes de 4° de educación media, el criterio para seleccionar la muestra fue el promedio del rendimiento académico del grupo. El curso con mejor promedio se designó como grupo control (23 estudiantes) y el de menor Promedio como grupo experimental (22 estudiantes). Los instrumentos de análisis de datos empleados, fueron un pre-test y un pos test. El Cuestionario CEAM de estrategias de aprendizaje y motivación y El Test Lawson de razonamiento científico y matemático. Los dos

grupos reciben una intervención pedagógica simultáneamente y con igual secuencia en los contenidos, el grupo control con metodología tradicional, el experimental con aprendizaje basado en problemas.

Al comparar los resultados del pos test en los dos grupos en la aplicación del cuestionario CEAM, se aprecia que los alumnos sometidos a la propuesta metodológica de aprendizaje basado en problemas logran cambios estadísticamente significativos ( $z=5,63$   $p=0,000000$  (99,99%) en las estrategias de aprendizajes y motivación, condición necesaria para lograr el aprendizaje significativo. En cuanto a los resultados del Test Lawson de razonamiento científico y matemático el grupo experimental obtuvo una diferencia estadísticamente significativa según la prueba U de Mann Whitney ( $z=2,146$ ;  $p=0,03$ ). En cuanto al rendimiento académico se tabula y procesa la información, se obtiene una diferencia estadísticamente significativa para el grupo experimental ( $z=-2,4963$ ;  $p=0,0123$  (98,8 %)). Según estos resultados se infiere que no tiene sentido enseñar sin tener en cuenta el conocimiento previo de los alumnos en alguna medida y que el aprendizaje basado en situaciones problemas es el que le da sentido a los nuevos conocimientos.

Cazorla, Gitirana, Guimarães, Magina, (2012) en su estudio analizaron las concepciones y conceptos erróneos de los estudiantes y de los profesores del concepto de la media. La muestra la integran 54 estudiantes de 4º, 47 estudiantes de 5º, 61 estudiantes que inician su pregrado en Pedagogía, 82 Graduados en pedagogía y 43 profesores de primaria; el total la de muestra es 287 sujetos. Se aplicó una prueba escrita que consta de 7 actividades sobre la lectura,



interpretación y construcción de tablas y gráficos y 3 actividades del concepto de la media, el instrumento se aplicó en forma colectiva para ser resuelto en forma individual. El presente trabajo se refiere únicamente al análisis de tres actividades que implican la media. Los resultados se analizan de acuerdo al número de respuestas correctas por grupo y de los sujetos por actividad. Los estudiantes de 4° y 5° grados han obtenido un rendimiento cercano y no han ido más allá de un 25,5% en ninguna de las actividades, los estudiantes y graduados en pedagogía registran un rendimiento del 41,5%. Los maestros presentaron un desempeño mayor, sobre todo en la actividad 2 (74,4%). Los resultados permiten inferir la falta de comprensión de los estudiantes de algunas de las propiedades de la media.

La primera idea errónea que se identificó en los estudiantes de 4° fue considerar la media, como la suma de los valores de la variable. (25,9 %) o como una marca única (18.5%). Otra concepción errónea en los estudiantes de pedagogía, (13,1%), fue considerar la media como falta de variabilidad. (Señalaron las opciones con los valores constantes), otro error, en el sentido opuesto, (14,9%) de los estudiantes de 5° grado, consideran que los valores no pueden ser constantes. Otros estudiantes de 5° parecen creer que los valores de la variable no puede superar el valor de la media, (23,4%). Las concepciones más frecuente fueron el promedio como la suma de los valores o como punto máximo de estos valores. Se analizó a través de las tres actividades; los estudiantes de 4° mantienen la concepción de promedio como la suma de valores durante las tres actividades, en los otros grupos hay variación. Los maestros en la actividad 1 no

muestran esta concepción, pero en las otras 2 actividades si se presenta. Los estudiantes de 5° muestran grandes diferencias en la concepción de promedio en las tres actividades. Los sujetos han tenido más éxito en la segunda actividad, que presentó los datos en un gráfico de barras y se pidió al cálculo de la media, con tres opciones de respuesta. Es posible tener la representación visual de una interpretación geométrica de la media aritmética, por lo que el gráfico parece haber ayudado en la comprensión de la media.

Chaves, (2007) El propósito de su estudio es evaluar la coherencia entre lo propuesto en el currículo de Estadística con la realidad de aula y con las necesidades de formación que tienen los estudiantes de colegios académicos diurnos de las regiones educativas de San José, Alajuela, Heredia, Pérez Zeledón y Upala. (Costa Rica). La muestra la conforman 117 docentes de matemáticas de secundaria y 747 estudiantes de décimo y undécimo grado. Las técnicas de recolección de datos empleadas fueron el cuestionario, la observación sistemática, entrevista semi-estructurada y análisis documental. Las variables se sintetizan en conceptos dentro de los cuales pueden clasificarse los objetos del conocimiento del fenómeno estudiado.

En los resultados obtenidos en cada una de las variables, se puede apreciar los principales problemas que enfrentan los docentes al enseñar estadística; el 62% de los docentes señala no estar conforme con la formación recibida en estadística durante su preparación como educadores, el 94% de ellos dice que no recibió preparación en estrategias didácticas para enseñar esta disciplina y cerca del 60% de los docentes manifestó no sentirse preparados para enseñar

estadística. En Percepción de los estudiantes con respecto a la enseñanza de la estadística, cerca del 90% de los estudiantes encuestados muestra una buena percepción sobre la estadística fundamentada en los aportes que ofrece la disciplina a otras áreas. Durante las observaciones, los estudiantes mostraron una actitud pasiva y apática. En las entrevistas, el 70% de los jóvenes manifestó que dicha actitud obedecía a la poca participación que tuvieron durante el proceso de enseñanza. Se comprobó, que no lograron adquirir una comprensión adecuada aun en los conceptos estadísticos básicos. En el análisis de los recursos didácticos usados en las lecciones de estadística, los resultados muestran que los recursos empleados por los docentes corresponden, en su mayoría a elementos tradicionales, los mismos que se han venido empleando en los últimos 30 años: pizarra, libro y en menor medida la calculadora.

La concordancia entre lo propuesto en los programas y la realidad de aula muestra que no se implementa la metodología de resolución de problemas en las lecciones observadas; como lo determina la política vigente. Lo observado corresponde a la metodología tradicional, el mayor reto planteado al estudiante consistió en dar respuesta a una serie de ejercicios, cuyo procedimiento de solución había sido discutido en algún ejemplo previo, se limitó a repetir procedimientos de la forma más certera posible. Finalmente en la concordancia entre la propuesta del MEP y la generación de una cultura estadística; el análisis teórico logró establecer que la propuesta ministerial tiene gran riqueza en su fundamentación y en las recomendaciones didácticas que realiza. No obstante los docentes incluidos en el estudio mantienen una posición distante y hasta retadora

con respecto a lo que en ella se enuncia. Las críticas radican en que la propuesta es muy general, falta incluir un mayor grado de especificidad sobre el abordaje metodológico para la enseñanza de la Estadística.

En esta investigación se logra concluir que la falta de sensibilización al implementar los lineamientos curriculares dificulta la articulación de los diferentes elementos de la propuesta ministerial con respecto a la labor docente en el aula. El MEP, promueve la enseñanza fundamentada en la resolución de problemas lo cual no se evidencia en la práctica; es preocupante el desconocimiento de los propósitos generales del proceso por parte de los educadores que participaron en la investigación. Los educadores manifiestan textualmente que, aunque los contenidos que incluye el currículo de secundaria son elementales, no se sienten cómodos para su enseñanza como ocurre con los temas matemáticos. En los diferentes centros educativos incluidos en el estudio, se logró observar que la actividad desplegada por los alumnos, constituye la antítesis de lo planteado en los programas del MEP para la generación de habilidades en los estudiantes. Los resultados de esta investigación evidencian una discrepancia entre el denominado “currículo pretendido” por el Ministerio de Educación Pública con respecto al currículo enseñado y al “currículo aprendido” por los estudiantes.

Riascos y Fávero, (2010) en su estudio se interesaron en evidenciar la relación entre la capacidad de leer, analizar y hacer inferencias a partir de distribuciones de datos y el conocimiento matemático escolar previo; considerando el género. Se propuso una situación problema con tres tareas donde

se involucra la media, moda y mediana. La investigación se realizó en una escuela pública, participaron 137 estudiantes de 5° y 8° de ambos sexos. Para sistematizar y analizar los resultados de las evaluaciones se establecieron categorías teniendo en cuenta el género y el número de tareas resueltas. Los estudiantes hombres emplearon las estrategias clasificadas en la categoría de discurso explicativo (53,1%; solución tarea de la moda 80,0% mediana y 52,2% media.) Las estudiantes mujeres esta misma categoría sobresale en la solución de la tarea de la mediana (52,0 %), la categoría de la suma (44,4% moda) y en la última, parecen dos categorías: Discurso Explicativo y Cantidad de Datos, con el 30,4% cada una. (Media) Los resultados muestran que no se respondió a las exigencias de las tareas, se evitaron los algoritmos requeridos, sobretodo el de la división y el de la ordenación de los datos. Los estudiantes de 8° también evitaron el empleo de estos algoritmos.

En estas investigaciones se evidencia que en la enseñanza de contenidos curriculares de pensamiento aleatorio y sistema de datos hay deficiencias tanto por parte de los estudiantes en la comprensión de las temáticas, como de los profesores que no se sienten cómodos impartiendo estos contenidos y por lo general emplean estrategias metodológicas tradicionales. Aunque las directrices ministeriales promulgan por un proceso de enseñanza- aprendizaje donde se implementen estrategias metodológicas basada en resolución de problemas la realidad en el aula escolar está muy lejos de alcanzar esta meta.

Partiendo de la revisión antes realizada podemos decir que las investigaciones no suministran resultados que se puedan generalizar y concluir si esta estrategia

de enseñanza es efectiva o no, debido a que en varios de los estudios los porcentajes de diferencia entre los grupos control y experimental al final del estudio no es muy significativo y en otras es casi nulo; algunas investigaciones se centraron en los resultados encontrados en el docente y no se evaluó el efecto en los estudiantes. Sin embargo estas investigaciones tienen en común la utilización de la resolución de problemas como estrategia metodológica por parte del docente para la enseñanza de un tópico.

## **Planteamiento y formulación del problema**

### **Descripción del problema**

Partiendo del análisis anteriormente realizado en el estado de arte se indagado acerca de la implementación de los estándares de calidad decretados por el MEN para el pensamiento aleatorio y sistema de datos en la educación básica primaria. Este es el último derrotero que tienen los profesores en cuanto a orientaciones curriculares; los propósitos que allí se plantean son acertados y bien encaminados, no obstante la realidad que se vive dentro de las escuelas en Colombia está muy lejos de alcanzar lo estipulado en los estándares. Como lo afirma Zapata y Salamanca (2013)

Muchas de las reformas en educación demandan de los profesores acciones para las que ellos no han sido preparados. Los profesores con el ánimo de responder a los requerimientos de la reforma emprenden nuevas formas que pretenden innovar su enseñanza. Infortunadamente, estas nuevas formas se construyen fundamentadas en prácticas anteriores, en muchos casos en la experiencia que los profesores han tenido como estudiantes. Parece ser que el MEN ha diseñado un ambicioso programa y ha establecido ciertos estándares para mejorar la educación, pero ha fracasado al identificar las dificultades que los profesores tienen en la instrucción y al diseñar programas para el desarrollo profesional que les permita superar estas dificultades. Es claro que los estudiantes no aprenderán estadística si los profesores no tienen un conocimiento estadístico flexible y menos aún si la

estadística no se enseña en la escuela. Esto sugiere que las prácticas del salón de clase no se transforman únicamente con la divulgación de las apuestas del currículo, es necesario que quienes enseñan estadística tomen un rol activo y reflexivo en el cambio y tengan los recursos necesarios que los apoyen en la transición.

Ante este panorama surge la necesidad de implementar estrategias metodológicas que respondan a las falencias que presenta el sistema educativo colombiano en cuanto a los procesos de enseñanza-aprendizaje en pensamiento aleatorio. Los resultados poco favorables que han obtenido los estudiantes en las pruebas estandarizadas específicamente en pensamiento matemático dan muestra de ello.

Como una posible alternativa de cambio la presente investigación se interesó en determinar el efecto de la estrategia metodológica de resolución de problemas para el desarrollo del pensamiento aleatorio-sistema de datos y procesos metacognitivos en un colegio del sector oficial de la ciudad de Santa Marta.

Los resultados de las pruebas Saber del año 2015 para la ciudad de Santa Marta indican que el 41% de los estudiantes de grado quinto se encuentran ubicados en el nivel insuficiente frente a un 36% de estudiantes a nivel nacional, y solo un 11% se encuentran ubicados en el nivel avanzado, así mismo encontramos un 46% de estudiantes en nivel insuficiente pertenecientes a los establecimientos educativos oficiales del distrito frente a un 38% a nivel nacional. En cuanto a los resultados por institución educativa, la distrital Simón Bolívar sede Las Malvinas, donde se realizó la intervención, se encontró que el 30% de los estudiantes se encuentran



ubicados dentro del nivel insuficiente, lo que indica que éstos no superan las preguntas de menor complejidad de la prueba.

Los estudios de investigación de la maestría en educación con énfasis en pensamiento matemático de la universidad del Norte han desarrollado intervenciones empleando la metodología basada en resolución de problemas, sin embargo aún no se ha abordado la metodología enfocada hacia el pensamiento aleatorio y sistemas de datos. A los docentes les compete encontrar estrategias metodológicas que ejerzan gran influencia en el estudiante, este debe ser el reto primordial, pues de esto depende su labor en el proceso de enseñanza- aprendizaje, tal como se expresa en los lineamientos curriculares de matemáticas del MEN:

El papel del docente será el de propiciar una atmósfera cooperativa que conduzca a una mayor autonomía de los alumnos frente al conocimiento. Es así, como enriqueciendo el contexto deberá crear situaciones problemáticas que permitan al alumno explorar problemas, construir estructuras, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos; estimular representaciones informales y múltiples y, al mismo tiempo, propiciar gradualmente la adquisición de niveles superiores de formalización y abstracción; diseñar además situaciones que generen conflicto cognitivo teniendo en cuenta el diagnóstico de dificultades y los posibles errores.

La resolución de problemas es una estrategia metodológica con la que los docentes pueden contar para desarrollar las temáticas que determina en MEN en cuanto a pensamiento aleatorio y sistema de datos. No solo desarrolla habilidades y destrezas cognitivas y metacognitivas en los estudiantes, también le exigen al

docente una mayor apropiación y comprensión de los temas a enseñar y puede favorecer una mayor motivación hacia esta área del conocimiento que se ha convertido en la más temida y rechazada por los educandos al considerarla de difícil comprensión y de poca utilidad dentro de su cotidianidad.

**Pregunta Problema:** ¿Cuál es el efecto de una estrategia metodológica de resolución de problemas para el desarrollo del pensamiento aleatorio-sistema de datos y procesos metacognitivos?

## **Objetivos General**

Determinar el efecto de una estrategia metodológica para el desarrollo del pensamiento aleatorio-sistema de datos y procesos metacognitivos en estudiantes de quinto grado de educación básica primaria.

## **Objetivos Específicos**

- Determinar la homogeneidad de los grupos control y experimental en el desarrollo del pensamiento aleatorio-sistema de datos y procesos metacognitivos al inicio del estudio.
- Determinar la homogeneidad de los grupos control y experimental en el desarrollo del pensamiento aleatorio-sistema de datos y procesos metacognitivos al final del estudio.
- Determinar la homogeneidad del grupo experimental en el desarrollo del pensamiento aleatorio-sistema de datos y procesos metacognitivos al inicio y final del estudio.
- Determinar la homogeneidad del grupo control en el desarrollo del pensamiento aleatorio-sistema de datos al inicio y final del estudio.

## Hipótesis

- **H<sub>0</sub>**: Son homogéneos los grupos control y experimental en el conocimiento de pensamiento aleatorio y procesos metacognitivos al inicio del estudio.
- **H<sub>1</sub>**: No son homogéneos los grupos control y experimental en el conocimiento de pensamiento aleatorio y procesos metacognitivos al inicio del estudio.
- **H<sub>0</sub>**: Son homogéneos los grupos control y experimental en el conocimiento de pensamiento aleatorio y procesos metacognitivos al final del estudio.
- **H<sub>1</sub>**: No son homogéneos los grupos control y experimental en el conocimiento de pensamiento aleatorio y procesos metacognitivos al final del estudio.
- **H<sub>0</sub>**: Es homogéneo el grupo experimental en el conocimiento de pensamiento aleatorio y procesos metacognitivos al inicio y al final del estudio.
- **H<sub>1</sub>**: No es homogéneo el grupo experimental en el conocimiento de pensamiento aleatorio y procesos metacognitivos al inicio y al final del estudio.
- **H<sub>0</sub>**: Es homogéneo el grupo control en el conocimiento de pensamiento aleatorio y procesos metacognitivos al inicio y al final del estudio.
- **H<sub>1</sub>**: No es homogéneo el grupo control en el conocimiento de pensamiento aleatorio y procesos metacognitivos al inicio y al final del estudio.

## **Metodología**

### **Enfoque**

La investigación tiene un enfoque cuantitativo, el cual se fundamenta en un esquema deductivo y lógico que busca formular preguntas de investigación e hipótesis para luego probarlas, en las hipótesis que se plantean se intenta pronosticar la homogeneidad entre los grupos control y experimental, realizando una manipulación de la variable independiente en un grado mínimo (presencia o ausencia); éste nivel o grado implica que un grupo se expone a la presencia de las variables independientes y el otro no. Posteriormente, los dos grupos se comparan para saber si el grupo expuesto a las variables independientes difiere del grupo que no fue expuesto. (Hernández, Fernández y Baptista, 2014). Las variables dependientes fueron medidas de ésta misma manera.

### **Diseño**

El diseño es cuasi experimental, con un alcance descriptivo, en el diseño Cuasi experimental, se manipulan las variables independientes para observar su efecto sobre variables dependientes, diferenciándose de los experimentos puros en el grado de seguridad o confiabilidad que pueda tenerse sobre la equivalencia inicial de los grupos, los sujetos no se asignan al azar, ni son acomodados; son grupos intactos que están formados antes de la investigación. Descriptivo porque busca especificar propiedades, características y rasgos importantes de cualquier fenómeno que se analice. Describe tendencias de un grupo o población, este tipo de estudios busca especificar las propiedades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis. Es decir únicamente pretenden medir o recoger información de

manera independiente o conjunta sobre los conceptos o las variables a las que se refieren (Hernández, et al., 2014)

En esta investigación para el análisis de la prueba de homogeneidad en cada grupo (pre test-pos test), y entre los grupos (al inicio y al final de la intervención), se utilizó el estadístico chi-cuadrado. El nivel de significación establecido fue de 0.05, para valores menores o iguales a este valor se rechazó la hipótesis nula en favor de la hipótesis alterna, para valores superiores a 0.05 no se rechazó la hipótesis nula, que en cada uno de los casos fue el supuesto de homogeneidad en la proporción de respuestas correctas en los cuestionarios.

### **Población y Muestra**

La población está conformada por estudiantes de grado quinto pertenecientes a un colegio público de estrato 1 de la ciudad de Santa Marta. La muestra está conformada por 108 estudiantes del grado quinto pertenecientes a la Institución educativa distrital Simón Bolívar sede Las Malvinas, La selección de la muestra se hace a través de un muestreo no probabilístico de forma intencional (Hernández, et al., 2014).

### **Selección de la Muestra**

Primero se indagó con cuántos grupos de quinto grado contaban en la institución educativa seleccionada. Se encontró que en la jornada de la mañana estaban ubicados dos grupos de quinto grado y en la jornada de la tarde dos grupos más, teniendo en cuenta esta información se determinó de forma intencional que los grupos de la jornada de la mañana serían el grupo control y los de la jornada de la

tarde el grupo experimental quedando distribuidos así: dos grupos, uno con 29 y el otro de 25 estudiantes formaron parte del grupo control y los otros dos grupos uno con 24 y el otro con 30 estudiantes formaron el grupo experimental.

### **Definición de Variables**

Variable independiente: Estrategia metodológica basada en la resolución de problemas.

Variables dependientes: Pensamiento aleatorio-sistema de datos y Procesos Metacognitivos.

### **Definición conceptual**

**Estrategia metodológica basada en la resolución de problema:** La formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas suscitados por una situación problema permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas. El estudio y análisis de situaciones problemas suficientemente complejos y atractivos, en las que los estudiantes mismos inventen, formulen y resuelvan problemas matemáticos, es clave para el desarrollo del pensamiento matemático en sus diversas formas. (MEN, 2006, p. 65)

**Pensamiento Aleatorio y sistema de datos:** Este tipo de pensamiento ayuda a tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, de azar, de riesgo o de ambigüedad por falta de información confiable, en las que no es posible predecir con seguridad lo que va a pasar. Se apoya directamente en conceptos y

procedimientos de la teoría de probabilidades y de la estadística inferencial, e indirectamente en la estadística descriptiva y en la combinatoria. Ayuda a buscar soluciones razonables a problemas en los que no hay una solución clara y segura, abordándolos con un espíritu de exploración y de investigación mediante la construcción de modelos de fenómenos físicos, sociales o de juegos de azar y la utilización de estrategias como la exploración de sistemas de datos, la simulación de experimentos y la realización de conteos. (MEN, 1998)

**Los datos:** Son los valores que se obtienen al llevar a cabo un estudio de tipo estadístico, para la representación de los distintos tipos de datos se utilizan variables estadísticas, una variable es un símbolo que puede tomar valores diferentes y representan generalmente un cierto carácter de los individuos de una población. Las variables se clasifican en cualitativas y cuantitativas, según que las modalidades del carácter que representen sean o no numéricas.

**Las tablas y gráficas estadísticas:** Se utilizan para representar las distribuciones de frecuencia de las variables estadísticas, en las tablas de frecuencia se presenta el listado de los distintos valores o modalidades de una variable estadística, junto con las frecuencias (absolutas o relativas) de aparición de cada valor, es el resumen de una colección de datos y recibe el nombre de distribución de frecuencia. Las gráficas permiten resaltar las principales características de la distribución. (Batanero y Godino, 2002, p. 706)

**El gráfico de barras:** Ilustra visiblemente ciertas comparaciones de tamaño, aquí cada uno de los valores de la variable correspondiente se representa en el eje de abscisas de un gráfico cartesiano, a intervalos igualmente espaciados. Para cada



valor se dibuja una barra cuya altura ha de ser proporcional a la frecuencia.

(Batanero y Godino, 2002, p.707).

**La media o promedio:** es el número que se obtiene sumando todos los valores de la variable estadística ( $x_i$ ) y dividiendo por el número de valores ( $n$ ), representa la cantidad equitativa a repartir cuando se tienen diferentes cantidades de una cierta magnitud y queremos distribuirla en forma uniforme.(Batanero y Godino,2002, p. 713)

**La moda:** es el valor de la variable que tiene mayor frecuencia u es la única característica de valor central que se puede tomar para las variables cualitativas. (Batanero y Godino, 2002, p. 714)

**La mediana:** se obtiene al ordenar de menor a mayor todos los valores de una variable estadística y se llama mediana al número tal que existe tantos valores de la variable superior o iguales como inferiores o igual a él. (Batanero y Godino, 2002, p.714)

**Procesos Metacognitivos:** Los procesos meta cognitivos que se encuentran inmersos en un problema, en las operaciones de autorregulación de orden jerárquico en la metacognición; identifica tres procesos en su orden: planeación, monitoreo y evaluación, esto hace referencia a todas las actividades que el ser humano lleva a cabo de forma autónoma para controlar todo lo que realiza y aprende.

**Planeación:** Disposiciones y estrategias que se llevan a cabo para poder resolver el problema. (Búsqueda de estrategias para cumplir con la resolución del problema, una vez identifica la situación vinculada con este). Polya (1949), citado por Echenique (2006), define *Diseñar un plan* como la parte fundamental del proceso de

resolución de problemas. Una vez comprendida la situación planteada y teniendo clara cuál es la meta a la que se quiere llegar, es el momento de planificar las acciones que llevarán a ella, es necesario abordar cuestiones como para qué sirven los datos que aparecen en el enunciado, qué puede calcularse a partir de ellos, qué operaciones utilizar y en qué orden se debe proceder.

**Monitoreo local:** Según López (2011) el espacio de reflexión donde el estudiante inspecciona, examina cómo está solucionando el problema y esto lo logra por medio de auto regulación y auto chequeo durante el desarrollo del mismo. Este proceso a su vez cuenta con tres indicadores de este proceso a saber a) *Clarificar:* Claridad por parte del estudiante en los elementos, vocabulario, datos desconocidos, etc. b) *Revisión:* Exploración constante que lleva a cabo el estudiante en su actividad, direccionando el contenido, la disposición y lógica y c) *Estrategia remedial:* Espacio de correcciones por parte del estudiante con el fin de identificar y remediar errores durante el desarrollo del problema y lo realiza con una estrategia diferente a la antes utilizada.

**Monitoreo Global:** Según López (2011) Es el espacio donde el estudiante reflexiona sobre las actividades que implementó para solucionar el problema y esto lo logra por medio de autorregulación y autoevaluación y al finalizar implementa la estrategia remedial. Y abarca dos indicadores de este proceso a saber a) *Evaluar (general):* El estudiante lleva a cabo una evaluación al finalizar la actividad o ejercicio teniendo en cuenta el contenido, la disposición y la coherencia. b) *Estrategia remedial:* El propósito del estudiante es enmendar los errores que identifica al terminar la actividad y lo realiza con una estrategia diferente a la antes

utilizada. Polya (1949), citado por Echenique (2006), define *Examinar la solución* es conveniente realizar una revisión del proceso seguido, para analizar si es o no correcto el modo como se ha llevado a cabo la resolución. Es preciso contrastar el resultado obtenido para saber si efectivamente da una respuesta válida a la situación planteada, reflexionar sobre si se podía haber llegado a esa solución por otras vías, utilizando otros razonamientos.

### **Definición operacional**

#### **Estrategia metodológica basada en la resolución de problema:**

Implementación por parte de las docentes investigadoras de la unidad didáctica “Clase para pensar” donde se desarrollan situaciones problemas que involucran la cotidianidad de los estudiantes, a partir de las cuales se introducen temas curriculares de pensamiento aleatorio y sistema de datos. Se realizó en 12 sesiones de clase de 45 minutos en las que los estudiantes se involucraron en la resolución de situaciones problemas trabajando en forma individual y grupal.

**Pensamiento Aleatorio y sistema de datos:** La presencia- ausencia de respuestas acertadas que asignan los estudiantes a preguntas que se encuentran en el cuestionario denominado “Exploro, organizo y analizo datos”, relacionadas con encuestas con tipo de variable cuantitativa y cualitativa, Total de población, Distribución de la población, Tabla de frecuencia y diagramas, Análisis de la información, Medidas de tendencia central (Moda, Mediana, media o promedio).

**Procesos Metacognitivos:** La presencia- ausencia de respuestas acertadas que asigna los estudiantes a las preguntas del cuestionario “*Registro procesos de*

*pensamiento*”, relacionadas con los indicadores de los procesos metacognitivos en la resolución de los problemas planteados en la unidad didáctica “Clase para pensar”.

### Control de variables

En esta investigación se tuvo en cuenta el siguiente control de variables con respecto a la muestra.

<b>Muestra</b>		
<b>¿Qué?</b>	<b>¿Cómo?</b>	<b>¿Para qué?</b>
<b>Nivel escolar</b>	Seleccionando estudiantes Matriculados en quinto Grado de educación	Para obtener la mayor homogeneidad de los grupos.
<b>Grado escolar</b>	Grado de educación Básica primaria (EBP)	Para obtener la mayor homogeneidad de los grupos.
<b>La Ciudad de Residencia</b>	Seleccionando estudiantes que estudia en una institución educativa de la Ciudad de Santa y que viven en esta ciudad.	Para obtener la mayor homogeneidad de los grupos.

### Control de variables en las investigadoras

<b>¿Qué?</b>	<b>¿Cómo?</b>	<b>¿Para qué?</b>
<b>Conocimiento y manejo de las técnicas e instrumentos</b>	Se participó en sesiones de entrenamiento en las cuales se obtuvo un 99% de acuerdo al momento de realizar las aplicaciones de los cuestionarios y entrevistas ejecutadas, con lo cual se obtuvo la confiabilidad entre examinadores.	Para obtener la fiabilidad en la recolección de los datos.

## **Variables no controladas**

<b>Población</b>	
<b>¿Qué?</b>	<b>¿Por qué?</b>
<b>Edad de los estudiantes</b>	Se asignaron los estudiantes teniendo en cuenta únicamente que se encontraran matriculados en quinto grado de EBP
<b>Desempeño académico</b>	Los grupos de estudiantes estaban conformados y para la investigación no era de interés determinar si este aspecto incide en la resolución de problemas.

## **Técnicas**

### **Cuestionario**

La técnica empleada en esta investigación fue el cuestionario, este se define como un conjunto de preguntas diseñadas para generar los datos necesarios, con el propósito de alcanzar los objetivos del proyecto de investigación. Se trata de un plan formal para recabar información de la unidad de análisis objeto de estudio y centro del problema de investigación. En general, un cuestionario consiste en un conjunto de preguntas respecto a una o más variables que van a medirse. El cuestionario permite estandarizar y uniformar el proceso de recopilación de datos. (Bernal, 2010, p. 250)

### **Instrumentos**

Se utilizaron dos cuestionarios el primero permite evidenciar los conocimientos de los estudiantes frente al pensamiento aleatorio y el segundo registrar los procesos metacognitivos. El primer Cuestionario: “Exploro, organizo y analizo datos” (Anexo 1), fue sometido a una prueba de confiabilidad utilizando el Alpha de Cronbach, el instrumento mostró buena confiabilidad, tanto a nivel de los grupos,

experimental y control (antes y después) como a nivel de todos los grupos juntos, experimental y control (antes y después). Se utilizaron correlaciones tetracóricas, cuyos valores aceptables para una escala con un número reducido de ítems fueron de 0.5 a 0.9 (Bowling, 2005), para el grupo control y el grupo experimental juntos, el puntaje obtenido fue 0.825.

La validez del cuestionario “Exploro, organizo y analizo datos” se examinó mediante la validez de constructo utilizando el estadístico Chi cuadrado. El cuestionario parece estar midiendo lo que se quiere medir en cuanto a los conceptos teóricos de pensamiento aleatorio y sistema de datos. De acuerdo a la ausencia o presencia de respuestas de los estudiantes que participaron en el estudio.

El segundo cuestionario: “Registro procesos de pensamiento” (Anexo # 2), adaptado de: «Fusión de Procesos Cognitivos y Estrategias para la Resolución de Problemas». (Ginsburg, Jacobs, y López, 1998), Validez de contenido: Se hizo una adaptación de la entrevista flexible a cuestionario respetando la sintáctica y haciendo algunos cambios en la parte semántica. El cuestionario fue sometido a una prueba de confiabilidad utilizando el Alpha de Cronbach obteniendo como resultado 0.840 para el grupo experimental y 0.754 para el grupo control lo cual muestra que el cuestionario es confiable para evaluar los procesos metacognitivos

## **Procedimiento**

### **Pilotaje**

La aplicación del pilotaje del cuestionario pre test y pos test se inició el 23 de mayo del 2016, seleccionando una muestra poblacional de 10 estudiantes de 5 grado de tres instituciones diferentes con las mismas características socio-económicas de

la institución escogida para la intervención ; En el cuestionario de pensamiento aleatorio «Exploro, organizo y analizo datos" se identificaron algunos errores de redacción que no permitía la comprensión de la situación problema, en el cuestionario “Registro procesos de pensamiento” se pudo evidenciar que para los alumnos era extenso y por esto se determinó incluir solo preguntas de los procesos metacognitivos.

### **Formación de las docentes para la aplicación de la estrategia metodológica de resolución de problemas.**

Las docentes recibieron la formación en el módulo de la maestría, investigación de énfasis, donde se estudió cada una de las fases del modelo, implementando la metodología en el desarrollo de las clases. Se diseñaron planes de clase siguiendo el formato de Clase para pensar, igualmente se observaron y analizaron videos de personas expertas en la aplicación de la estrategia metodológica. Teniendo en cuenta estos criterios se diseñó la unidad didáctica a desarrollar en la intervención con el grupo experimental.

### **Selección de los grupos y consentimiento de los participantes:**

La aplicación para la selección de los grupos se realizó voluntariamente, a través de carta de consentimiento. En cuanto a la institución educativa se acordó que tuviera doble jornada para guardar homogeneidad en la población, lo cual facilitaba la aplicación e intervención para el grupo control y grupo experimental. Los días 10-11 julio del 2016 en la ciudad de Santa Marta, se realizó la reunión con el rector, coordinador y docentes de la Institución educativa distrital Simón Bolívar sede Las Malvinas, donde se dio a conocer los objetivos de la investigación y el cronograma

de las actividades de intervención que realizarían las docentes investigadoras, siendo aceptadas. A cada uno de los docentes de los dos grupos control se le entregó el cronograma y las temáticas a desarrollar durante la intervención, especificando que con los dos grupos experimental se implementaría la estrategia metodológica de resolución de problemas, mientras ellos continuarían con su metodología habitual; esto con el fin de que no existiera un sesgo. Después de la reunión con la directiva escolar y docentes donde aceptaron los compromisos de cada parte se diligencio y recolectó los consentimientos informados de filmación e intervención que debía ser firmado por padres de familia de los estudiantes.

### **Aplicación de pre test**

El cuestionario del pre test se aplicó a los grupos control y experimental, contenía cuatro situaciones problémicas iniciales, de las cuales se desprendían siete preguntas, en cada situación el nivel de complejidad era diferente, dos situaciones eran de datos cualitativos y dos de datos cuantitativos, la aplicación se realizó durante cuatro días de la misma semana.

### **Digitación de datos recolectados**

Se realizó inicialmente en el programa Excel, tanto los del grupo control como el grupo experimental, posteriormente se continuó con el análisis de confiabilidad de las escalas. Se computaron los datos para obtener el número de respuestas correctas por ítems y se realizaron análisis estadísticos descriptivos. Luego se realizaron las



pruebas de homogeneidad para obtener las proporciones. Los datos recolectados fueron codificados y procesados mediante el paquete estadístico SPSS 23.

### **Intervención: Diseño de unidades didácticas “Clase para pensar”**

A partir de los resultados del pre test se pudo establecer el poco conocimiento que tenían los estudiantes en pensamiento aleatorio y sistema de datos. La implementación de las clases en el grupo experimental se realizó en 12 sesiones de 45 minutos cada una, cada sesión se desarrolló con la estructura didáctica de clases para pensar y la estrategia metodológica de resolución de problemas.

En la matriz de planeación y el diseño de las clases (Anexo clase #3) se tomó en cuenta los referentes de calidad, los contenidos disciplinares curriculares del área de matemáticas para grado 4 y 5 de la institución, además las metas y competencias que se esperan desarrollar y las cuales se evaluaron, a su vez desde la premisa de las clases para pensar no solo los conocimientos del área sino también haciendo énfasis en las preguntas orientadoras los procesos metacognitivos esperados por los alumnos como seres humanos y ciudadanos.

Al finalizar cada una de las clases se realizaron preguntas de autoevaluación como ¿qué aprendí?, ¿para qué me sirve saber lo que aprendí?, esto permitía verificar el aprendizaje y constatar las falencias que continuaban para trabajar sobre ellas.

Se diseñaron sesiones de clase partiendo de una situación problema tomada de la realidad contextualizada de los estudiantes, siendo el medio motivador para que el alumno participe activamente en el proceso y su despertar cognitivo planteado en

el libro Clases para pensar con las siguientes temáticas las cuales se trabajaron con tipos de variable cuantitativa y cualitativa.

Tema 1: Encuestas, (2 sesiones de clases cada una de 45 min)

Tema 2: Total de población, (2 sesiones de clases cada una de 45 min)

Tema 3: Distribución de la población, (2 sesiones de clases cada una de 45 min)

Tema 4: Tabla de frecuencia y diagramas, (2 sesiones de clases cada una de 45 min)

Tema 5: Análisis de la información, (2 sesiones de clases cada una de 45 min)

Tema 6: Medidas de tendencia central (Moda, Mediana, media o promedio). (2 sesiones de clases cada una de 45 min)

### **Aplicación del Pos Test**

El cuestionario “Exploro, organizo y analizo datos” , se aplicó a los grupos control y experimental, el cuestionario del pos test contenía la misma estructura del pre test , solo se cambió el contexto de las situaciones problemas; se realizó durante cuatro días teniendo en cuenta la clase de datos; primero se desarrolló la situación uno, que contenía datos cualitativos, al día siguiente, la situación dos, con datos cuantitativos, el tercer día, la situación tres nuevamente con datos cualitativos y por último la situación cuatro también con datos cuantitativos . El segundo cuestionario “Registro procesos de pensamiento” se aplicó de forma similar al pre-test.

**Cuadro resumen:** Cronograma de las fechas de cada una de las fases del procedimiento de la investigación.

ACTIVIDAD	FECHA
Pilotaje	23-24-25 de Mayo
Reunión directivos docentes y docentes	10- 11 de Julio
Aplicación del Pre test	19- 21-22- 25 de Julio
Digitación de datos recolectados	Del 26 de julio al 6 de agosto
Intervención	Del 8 de agosto al 9 de septiembre
Aplicación del Pos test	Del 19 al 22 de septiembre
Digitación de datos recolectados	Del 26 de septiembre al 3 de octubre

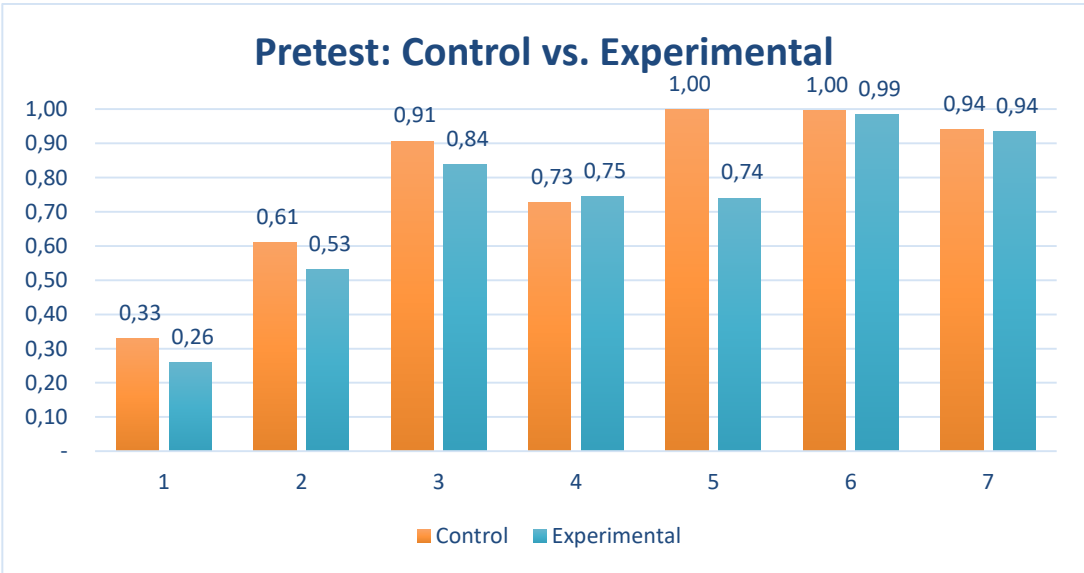
## **Resultados**

### **Análisis de Resultados.**

En el presente apartado se muestran los resultados obtenidos al aplicar análisis estadístico a los grupos implicados en el estudio. El objetivo de este análisis, es mostrar la proporción de respuestas correctas en cada una de las categorías estudiadas. Para cada una de las preguntas se han planteado cuatro (4) situaciones. Inicialmente se comparan los resultados del Grupo Control (GC) y del Grupo Experimental (GE) en el pre test. Luego se muestran los resultados de estos mismos grupos en el pos test, con el fin de observar si efectivamente hubo incrementos en la proporción de respuestas correctas después de la intervención. En la tercera parte, se compara las proporciones de respuestas correctas en el grupo experimental pre test versus el pos test, con el fin de observar las condiciones iniciales del grupo versus las condiciones después de la intervención. Es necesario aclarar que en el pre test, hay 54 observaciones para el Grupo Experimental y 53 para el de Control. Para el caso del pos test existen 54 observaciones para cada grupo.

### **Resultados del cuestionario Pre test**

El gráfico siguiente muestra en términos generales que el porcentaje de respuestas correctas en cada grupo por preguntas es aproximadamente el mismo.



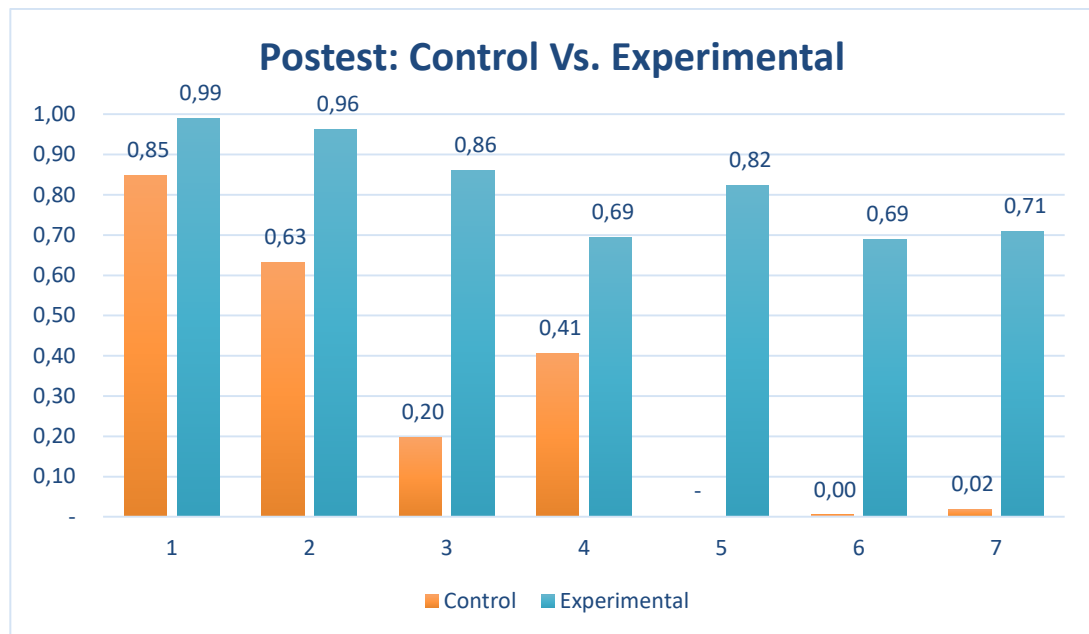
Resultado éste que se corrobora al hacer una prueba de homogeneidad para proporciones de respuestas correctas por pregunta entre el grupo control y el grupo experimental, la tabla #1 muestra los resultados del análisis; en la cual se observa que no se rechaza la hipótesis nula (valor  $P = 0.069 > 0.05$ ), lo cual quiere decir que los grupos control y experimental son homogéneos en relación con las preguntas que se están evaluando en el cuestionario.

**Tabla #1**

	Valor	Gl	Significación asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	17,272 <sup>a</sup>	10	,069

### Pos test control- experimental

El gráfico siguiente muestra en términos generales que el porcentaje de respuestas correctas en el grupo experimental parecer ser mayor que en grupo control, para verificarlo, se aplicó nuevamente una prueba de homogeneidad para la proporción de respuestas correctas por preguntas en cada grupo.



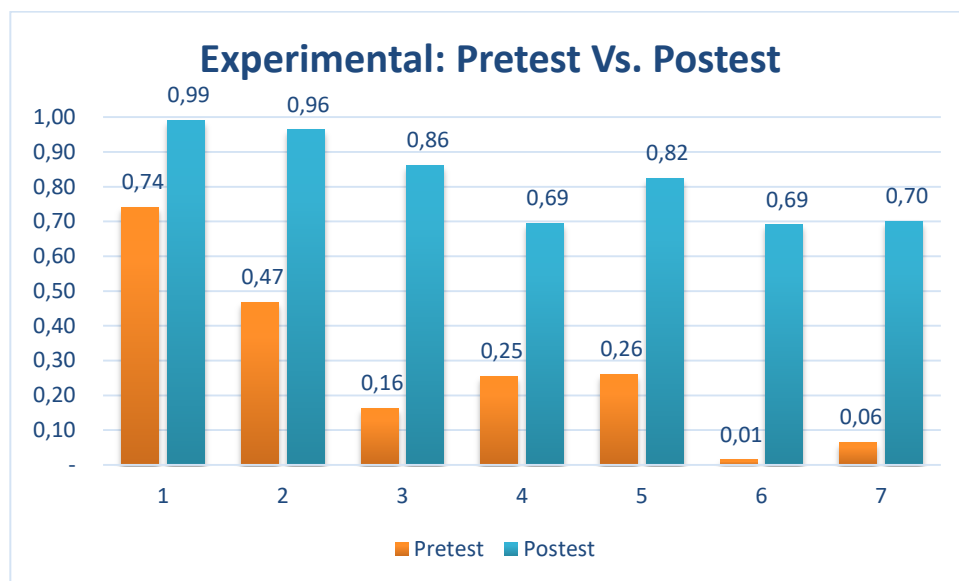
Los resultados del análisis son los que se muestran en la tabla #2. En ella se observa que como se intuía en la gráfica, se rechaza muy significativamente la hipótesis de homogeneidad entre los dos grupos (Valor  $P = 0.0 < 0.05$ ), lo cual quiere decir que los grupos control y experimental no son homogéneos en relación con el porcentaje de respuestas correctas por pregunta. La gráfica anterior muestra que si existe alguna diferencia, ésta debe ser a favor del grupo experimental, ya que en ella se observa un porcentaje mayor de respuestas correctas en el grupo experimental en relación con el porcentaje de respuestas correctas en el grupo control.

**Tabla #2**

	Valor	Gl	Significación asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	66,611 <sup>a</sup>	11	,000

### **Experimental: Pre test Vs. Pos test**

En este apartado se presentan los resultados del Grupo Experimental antes de la intervención (pre test) y después de ésta (pos test). En la gráfica es posible observar que en términos generales el porcentaje de respuestas correctas en el pre test es menor en comparación al porcentaje de respuestas correctas de éste mismo grupo en el pos test, comprobando la efectividad de dicha intervención sobre el grupo experimental.



Los resultados del análisis son los que se muestran en la tabla # 3. En ella se observa que como se intuía en la gráfica, se rechaza muy significativamente la hipótesis de homogeneidad ( $\text{Valor } P = 0.0 < 0.05$ ), lo cual quiere decir que en el grupo experimental los resultados obtenidos al inicio del estudio en el cuestionario no son homogéneos en relación con los resultados obtenidos en el cuestionario final.

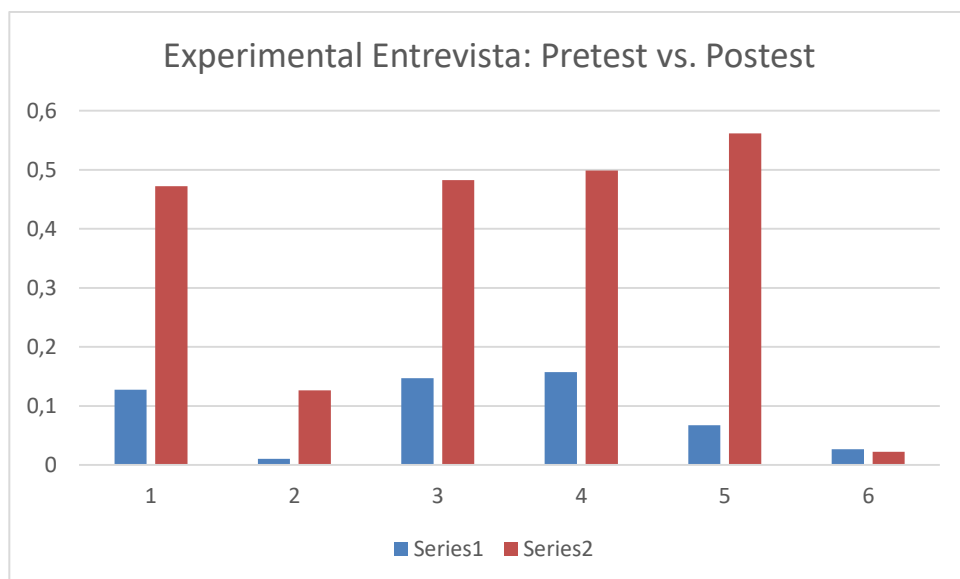
**Tabla #3**

	Valor	Gl	Significación asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	1026,969 <sup>a</sup>	13	,000

**Cuestionario “Registro procesos de pensamiento”, grupo experimental pre test – pos test**

El gráfico siguiente muestra en términos generales que el porcentaje de respuestas correctas en la entrevista en el grupo experimental parece ser mayor al final que al comienzo del curso, para verificarlo, se aplicó nuevamente una prueba de homogeneidad para la proporción de respuestas correctas por preguntas al inicio y al final del curso, en el grupo experimental. Las barras en color azul corresponden al porcentaje de preguntas respondidas correctamente al inicio del curso.





De acuerdo con los resultados observados en la tabla #4 se rechaza la hipótesis nula ( $\text{Valor } P = 0.0 < 0.05$ ), lo cual quiere decir que en el grupo experimental los resultados obtenidos al inicio del estudio en la entrevista no son homogéneos en relación con los resultados obtenidos en la entrevista al final del curso. En la gráfica es posible observar que en términos generales el porcentaje de respuestas correctas en el posttest es mayor que el porcentaje de respuestas correctas en el pretest en el grupo experimental, comprobando la efectividad de dicha intervención en el grupo experimental, resultado que es consistente con el obtenido en la sección anterior (tabla # 4).

**Tabla #4**

Pruebas de chi-cuadrado			
	Valor	Df	Significación asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	1279,887 <sup>a</sup>	11	,000
a. 0 casillas (0,0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 21,00.			

## **Discusión y Conclusiones**

En respuesta a nuestra primera hipótesis, entender si son homogéneos los grupos control y experimental en el conocimiento de pensamiento aleatorio y procesos metacognitivos al inicio del estudio, los resultados de este trabajo muestran que efectivamente los grupos son homogéneos al inicio (valor  $P = 0.069 > 0.05$ ). Esto nos indica que los grupos elegidos al inicio tenían un desempeño similar en el pensamiento aleatorio.

Así también la segunda hipótesis, indaga acerca de si son homogéneos los grupos control y experimental en el conocimiento de pensamiento aleatorio y procesos metacognitivos al final del estudio, los resultados de este trabajo muestran que los grupos no son homogéneos al final de la intervención (valor  $P = 0.00 < 0.05$ ). Lo anterior nos indica que hubo diferencias significativas en los procesos de enseñanza aprendizaje entre los grupos, y que el grupo que recibió el entrenamiento y la intervención obtuvo mejores resultados que aquel que continuó con los procesos de enseñanza aprendizaje habituales.

Teniendo en cuenta el objetivo general que busca examinar el efecto de una estrategia pedagógica para la enseñanza de resolución de problemas en el desarrollo del pensamiento aleatorio y sistema de datos y las hipótesis propuestas en el presente trabajo, y de acuerdo con los resultados arrojados por los análisis de datos se puede establecer para la muestra de este estudio, que la estrategia pedagógica usada para la enseñanza de resolución de problemas en el desarrollo del pensamiento aleatorio y sistema de datos tiene un efecto positivo en los

estudiantes, esto de acuerdo a los resultados mostrados en las tablas, las cuales nos indican que los cambios observados en los grupos después de realizada la intervención no solo **no es homogénea**, sino que para el grupo experimental los puntajes fueron significativamente mejores; Al hacer referencia a los modelos de resolución de problemas matemáticos antes revisados podemos observar que se busca que el estudiante reflexione y sea consciente de sus propios procesos y tenga la habilidad de seleccionar las estrategias que le permitan resolver la situación problema, (López 2011, Pólya 1945). Estas habilidades de pensamiento son más fácilmente transferibles a otras situaciones que cuando el estudiante solamente aprende el concepto y resuelve situaciones problemáticas con estas.

Por otro lado, los resultados de la presente investigación se confirman con los encontrados por **Castro, (2007)** que luego de aplicar una estrategia de enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas se encuentra diferencia significativa entre las proporciones de estudiantes que ejecutaron bien cada ítem después de la estrategia comparado con el antes de la misma al igual que en la presente investigación. Así también al analizar la investigación **Bostic, (2015)**, Los resultados corroboran los de la presente investigación debido a que indicaron que el desempeño en una prueba de unidad temática después de realizada la intervención favoreció al grupo experimental en la resolución de problemas.

Este resultado se corrobora con lo hallado por **Pifarré, Manoli, y Sanuy, (2001)** quienes observaron en los resultados obtenidos después de realizar la propuesta didáctica un incremento estadísticamente significativo respecto al nivel de aprendizaje inicial, tanto en la resolución individual de problemas como en la

resolución de problemas en pareja lo que permita afirmar la incidencia positiva del desarrollo de la propuesta didáctica en el aprendizaje.

Así mismo la investigación realizada por **León, (2007)** Mostró que el grupo experimental superó el 60% de respuestas acertadas; se destacó sobre el grupo control con una diferencia porcentual en promedio de 24%, Se confirma lo indagado en la presente investigación con los resultados de **Firdaus, Herman, (2017)** puesto que en su investigación mostraron diferencias significativas en aumento de la media en cuanto a la alfabetización matemáticas para los estudiantes que utilizaron el modelo de resolución de problemas; demostrando que el modelo es eficaz. El análisis arrojado por estas investigaciones **ratifica los resultados de la presente investigación** al demostrar en las diferentes muestras que al intervenir una población con estrategias de desarrollo de pensamiento basado en la resolución de problemas matemáticos permite a los estudiantes mostrar mejores resultados en su desempeño en matemáticas. A su vez **Norabuena (2015), Duarte y Castro (2015), e Iriarte Pupo, (2011)** en sus investigaciones lograron demostrar una mejora significativa en el grupo experimental, a quienes se les aplicó la metodología de resolución de problemas **lo cual corrobora los resultados** de la presente investigación.

La importancia de los presentes resultados en relación a la enseñanza del pensamiento aleatorio radica también en que a los estudiantes se les induce a utilizar estos conocimientos en otras áreas del saber, al igual que en la solución de situaciones problema dentro de su cotidianidad, pues, el carácter no determinista de la probabilidad hace necesario que su enseñanza se aborde en contextos

significativos, en donde la presencia de problemas abiertos con cierta carga de indeterminación permita exponer argumentos estadísticos, encontrar diferentes interpretaciones y tomar decisiones, y estas no surgen de la nada, sino de una práctica constante y contextualizada de resolución de problemas de este tipo, entre las cuales se encuentra la capacidad de transferencia que puede llegar a desarrollar el estudiante cuando se utilizan metodologías basadas en el desarrollo del pensamiento cognitivo y metacognitivo.

**Los resultados de la presente investigación se encuentran en concordancia** con investigaciones que abordaron algún tema específico del pensamiento aleatorio en matemáticas como la de **Espinoza, y Sánchez, (2014)** Al comparar los resultados del pos test en los dos grupos se aprecia que los estudiantes instruidos con la propuesta metodológica de aprendizaje basado en problemas lograron cambios estadísticamente significativos en las estrategias de aprendizaje y motivación, lo cual se corrobora con los resultados encontrados en la presente investigación.

Por otro lado los resultados de investigaciones como las desarrolladas por **Cazorla, Gitirana, Guimarães y Magina, (2012), Chaves, (2007), son comparables a los encontrados en la presente investigación**, debido a que estos pudieron evidenciar que los docentes no se sienten conformes con la formación recibida en estadística durante su preparación como educadores, así como con la preparación en estrategias didácticas para enseñar esta disciplina incluso algunos manifestaron no sentirse preparados para enseñar estadística, y de los

resultados de esta investigación podemos concluir frente a los docentes en cuanto al conocimiento de la estadística.

En cuanto a los procesos metacognitivos analizados en el cuestionario se obtuvo una diferencia significativa entre el pre-test y el post-test del grupo experimental, lo cual indica que los estudiantes se apropiaron de habilidades y destrezas de pensamiento metacognitivo para resolver los problemas matemáticos presentados.

En esto radica la importancia de los resultados de la presente investigación, en que la instrucción dada en el marco del desarrollo de enseñanza basada en resolución de problemas, generó resultados notables en los estudiantes de la muestra, en cuanto al desempeño en matemáticas y más específicamente al desarrollo del pensamiento aleatorio. A su vez se evidencia que los docentes que hacen parte de estos procesos de formación, logran mejorar sus conocimientos pedagógicos del contenido significativamente, repercutiendo en un mejor desempeño de sus alumnos en el aula. Dada la importancia de conjugar el conocimiento matemático y el conocimiento pedagógico del profesor.

Al determinar el efecto del programa de formación de docentes, Clase Para Pensar, sobre los procesos meta cognitivos en la resolución de problemas, se observó que los estudiantes se apropiaron de los conceptos de moda, media y mediana y que aprendieron a implementar el monitoreo continuo durante la resolución de un problema para tener éxito en el mismo así como una evaluación final de los resultados obtenidos en la resolución del problema antes de compartir o revelar dicha solución.

## **Recomendaciones**

Al realizar la presente investigación surgió como recomendación metodológica la necesidad de tomar datos con respuestas abiertas, y con la explicación de los estudiantes, teniendo en cuenta que los cuestionarios como única técnica de recolección de datos no dan evidencia de algunos procesos mentales que realiza el estudiante durante la resolución de problemas y que puede manifestar a través del discurso hablado.

Con el fin de hacer comparaciones y obtener resultados mucho más detallados se recomienda mostrar resultados por procesos o categorías de pensamiento de manera que se pueda mostrar que categorías se fortalecieron más después de la intervención.

## **Limitaciones.**

Como una limitación que se encontró al realizar la investigación fue la selección de la muestra ya que esta no obedece a un muestreo probabilístico y por lo tanto no es representativo de la población seleccionada lo que impide que se realicen generalizaciones a partir de los datos recogidos y análisis de dicha información, debido a esto los resultados solo son concluyentes respecto a los estudiantes que participaron en esta investigación.

## Referencias

- Alonso I., Martínez, N. (2003). La resolución de problemas matemáticos. Una Caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de la Matemática. *Pedagogía Universitaria*, 8(3).
- Alsina, A. (2012). La estadística y la probabilidad en educación infantil: Conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Revista de Didácticas Específicas*. (7), 4-22.
- Acevedo, M., Montañez, J., Huertas, C., y Pérez, G. (2007). Fundamentación conceptual área de Matemáticas. *Extraído el*, 12.
- Batanero, C. (1998). Situación actual y perspectivas futuras de la educación Estadística. In *Conferencia presentada en las Jornadas Thales de Educación Matemática, Jaén*. Recuperado de <http://www.ugr.es/~batanero/>
- Batanero, C. y Godino, J. D. (2002). *Estocástica y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, España. Recuperado de <http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/>
- Barrantes, H. (2006). Resolución de problemas. El trabajo de Allan Schoenfeld. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 1(1).
- Bernal, C.A. (2010). Metodología de la investigación. Tercera edición, *Editorial Pearson*, Colombia. Recuperado de <https://docs.google.com/file/d/0B7qpQvDV3vxvUFpFdUh1eEFCSU0/edit>
- Bostic, J. D. (2015). A blizzard of a value. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 20(6), 350-357.



Bostic, J. (2015). Encouraging Sixth-Grade Students' Problem-Solving Performance by Teaching Through Problem Solving.

Bowling, A. (1991). *Measuring health: a review of quality of life measurement scales* (pp. 1-55). Milton Keynes: Open University Press.

Cuevas J., e Ibáñez C. (2008). Estándares en educación estadística: Necesidad de conocer La base teórica y empírica que los sustentan. *Unión*, 15, 33-45.

Castro, F., y Duarte, O. L. (2015). La enseñanza problémica como estrategia didáctica para el aprendizaje de conceptos de cálculo diferencial. *RECME*, 1(1), 172-177.

Castro, N. M. (2007). Efectos de la resolución de problemas como estrategias metodológicas en La modelación y solución de problemas matemáticos que involucran ecuaciones de primero y de segundo grado.

Cazorla, I., Gitirana, V., Guimarães, G. Magina, S., (2008). Conceptions and misconceptions of Average: A comparative study between teachers and students. *Anais do ICME*, 11, 1-8.

Charles, R. I. (2003). *Teaching Mathematics Through Problem Solving: Pre kindergarten-grade 6*. National Council of Teachers of Mathematics.

Chaves Esquivel, E. (2007). Inconsistencia entre los programas de estudio y la realidad de aula En la enseñanza de la estadística de secundaria. *Revista Electrónica" Actualidades Investigativas en Educación"*, 7(3)

Contraloría general de la república. (2014). Política educativa y calidad de la educación básica y media en Colombia. Informe Contraloría Delegada para el Sector Social. Recuperado de

[www.contraloria.gov.co/.../Política+educativa...calidad...educación.../a24baf2b-9870-](http://www.contraloria.gov.co/.../Política+educativa...calidad...educación.../a24baf2b-9870-)

Espinoza M, C., Sánchez S, I. (2014). Aprendizaje basado en problemas para enseñar y aprender Estadística y probabilidad.

Executive Summary, Principles and Standards for School Mathematics (NCTM, 2000). Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM), con el permiso del National Council of Teachers of Mathematics. Recuperado de [http://www.cimm.ucr.ac.cr/ciaem/archivos/RE\\_NCTM.pdf](http://www.cimm.ucr.ac.cr/ciaem/archivos/RE_NCTM.pdf)

Firdaus, F. M., y Herman, T. (2017). Improving primary students Mathematical literacy through Problem based learning and direct instruction. Educational Research and Reviews, 12(4), 212-219.

Flórez, R. (2005). Pedagogía del conocimiento (Segunda Edición) Editorial McGraw Hill

Ginsburg, H., Jacobs, S. F., & López, L. S. (1998). The teacher's guide to flexible interviewing in the classroom: *Learning what children know about math*.

Hernández, S. Fernández y Baptista. (2014). *Metodología de la Investigación sexta Edición*. México, editorial McGraw-Hill.

Instituto Colombiano para la evaluación de la Educación. (2015). Consulta de Resultados pruebas SABER 2015. Entidad Territorial. Recuperado de <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEntidadTerritorial.aspx>. \_\_ Establecimiento Educativo. Recuperado de <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.aspx>

- Iriarte P., J. (2011). Desarrollo de la competencia resolución de problemas desde una didáctica con enfoque metacognitivo. *Zona próxima*, (15).
- Lester, F. K., Garofalo, J., & Kroll, D. L. (1989). Self-confidence, interest, beliefs, and metacognition: Key influences on problem-solving behavior. In *Affect and mathematical problem solving* (pp. 75-88). Springer New York.
- León Tejada, P. A. (2007). La enseñanza problemica y las competencias Básicas como Alternativa para la resolución de problemas de física. *Revista colombiana de física* 39(2)
- Ministerio de educación Nacional (1998). *Lineamientos Curriculares para el área De Matemáticas*. Bogotá: Colombia. Magisterio.
- Ministerio de educación Nacional (2006). *Estándares básicos de competencias Matemáticas*. Bogotá: Colombia. Magisterio.
- Norabuena Montes, M. A. (2015). La enseñanza problemática y su influencia en el Logro de habilidades matemáticas en la resolución de problemas de álgebra en los alumnos del segundo grado de educación secundaria en la Institución Educativa Nuestra Señora de la Asunción-Huaraz 2013.
- Organización para la cooperación y el desarrollo económico. (2015). Informe Resultados PISA 2015. Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-ESP.pdf>.
- Pérez, Y., y Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de Problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de investigación* Número 73, (35), p. 169.

- Pifarré Turmo, M., y Sanuy Burgués, J. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de Problemas matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 2001, vol. 19, núm. 2, p. 297-308.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México, editorial Trillas.
- Riascos Forero, Y., y Fávero, M. H. (2010). La resolución de situaciones problema que involucran conceptos estadísticos: un estudio que articula datos cognitivos, género e implicaciones educativas. *UNO Revista Iberoamericana de Educación Matemática* (24), 27.
- Silva, L. S. L. (2011). *La clase para pensar*. Colombia, Editorial Universidad del Norte
- Solaz-Portolés, J. J, y Sanjosé-López, V. (2008). Conocimientos y procesos cognitivos en la resolución de problemas de ciencias: consecuencias para la enseñanza. *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, 1, 147-162.
- Zapata Cardona, Lucia., y Salamanca, P. R. (2013). La clase de estadística más allá Del Currículo: un estudio de caso en la escuela primaria Colombiana. *Educación Estadística en América Latina*.



## **Anexos**

### **Anexo # 1**

#### **Cuestionario: “Exploro, organizo y analizo datos”**

### **CUESTIONARIO DEL ESTUDIANTE**

Nuestra institución ha sido invitada por El Colegio Las Flores a participar en unas Olimpiadas deportivas y culturales. Los estudiantes que participarán son los de 4° y 5°. Es necesario organizar la información que se ha recolectado entre los estudiantes y nos gustaría que nos ayudaras.

#### **Situación 1**

El primer evento donde participarán los estudiantes de 4°, es en las Olimpiadas deportivas. Se les preguntó por su deporte favorito para competir en las Olimpiadas. Estas fueron sus respuestas:

Fútbol - Básquet - Voleibol - Patinaje - Atletismo - Básquet - Fútbol  
-Básquet - Básquet - Patinaje - Voleibol - Fútbol - Fútbol - Fútbol -  
Voleibol - Básquet - Básquet - Patinaje - Patinaje - Fútbol - Fútbol  
- Fútbol - Básquet - Atletismo - Basquet - Atletismo - Voleibol -  
Voleibol Voleibol - Patinaje - Fútbol.

De acuerdo con las respuestas dadas por los estudiantes en cuanto a su preferencia por un deporte y si cada estudiante solo puede participar en un deporte, responde:

- 1. En total ¿Cuántos estudiantes de 4° participarán en las olimpiadas?\_\_\_\_\_**
- 2. ¿Cuántos estudiantes participarán en cada uno de los deportes?**
  - Fútbol: \_\_\_\_\_

- Básquet: \_\_\_\_
- Vóleibol: \_\_\_\_
- Patinaje: \_\_\_\_
- Atletismo: \_\_\_\_

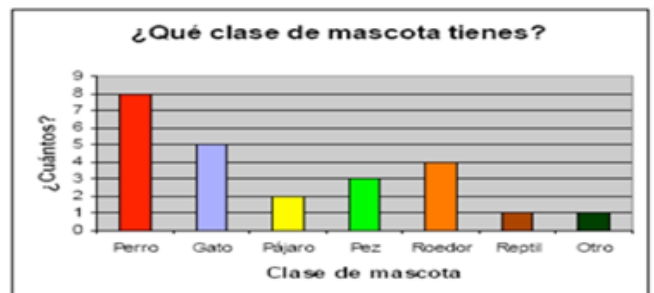
3. Organiza los deportes en una tabla de frecuencia y luego realiza un diagrama, te puedes guiar de estos ejemplos.

EJEMPLO DE UNA TABLA DE FRECUENCIA  
DIAGRAMA

**Tabla de frecuencia**

Tiempo	Número de días
Soleado	12
Nubes y sol	9
Nublado	5
Lluvia	4

EJEMPLO DE UNA



4. De las siguientes afirmaciones señala con una X solo las verdaderas.

- La cantidad de estudiantes que prefieren fútbol es igual a la cantidad de estudiantes que prefieren básquet. \_\_\_\_\_
- Participarán más estudiantes en atletismo que en patinaje. \_\_\_\_\_
- Participarán más estudiantes en voleibol que en patinaje. \_\_\_\_\_
- En total participarán 29 estudiantes en las olimpiadas. \_\_\_\_\_

5. De acuerdo a la información de los deportes responde:

a. ¿Cuál es el deporte que más practican en 4°?

\_\_\_\_\_

b. ¿Qué nombre recibe ese dato que más se repite, en este caso el deporte que más practican? \_\_\_\_\_

6. Responde:

- a. ¿Cómo ordenarías los deportes para saber cuántos estudiantes escogieron el mismo deporte como su favorito para participar en las Olimpiadas?  
Escríbelos en tu orden.

---

---

---

---

- b. Después de ordenados los deportes: ¿Cuál es el deporte que está ubicado de tal forma que antes y después de este quede la misma cantidad de deportes?

---

---

**7. De los deportes mencionados por los estudiantes ¿Es posible saber cuál es el deporte promedio?**

Si\_\_\_\_\_ ¿Cómo lo calcularías?

---

---

---

No\_\_\_\_\_ ¿Por qué?

---

---

---

---



## Situación 2

Los estudiantes de 5°, participarán en unas Olimpiadas del conocimiento, y las categorías están organizadas de la siguiente manera:

CATEGORIA	EDAD (años)
INFANTIL	9
PRE-JUVENIL	10
JUVENIL	11
PRE-JUNIOR	12
JUNIOR	13 y más

Tú, junto con tus compañeros deberán inscribirse en la categoría que les corresponde de acuerdo a sus edades, a continuación está un listado de las edades de cada uno de ustedes:

9 - 10 - 11 - 9 - 10 - 12 - 9 - 9 - 11 - 10 - 12 - 10 - 9 - 11 - 13 -  
10 - 11 - 9 - 10 - 14 - 11 - 13 - 12 - 11 - 10 - 9 - 11 - 10 - 12 - 10 -  
10

Con los datos de las edades responde:

1. En total, ¿Cuántos estudiantes de 5° dieron su edad?

\_\_\_\_\_

2. ¿Cuántos niños participarán en cada categoría de las Olimpiadas?

- INFANTIL: \_\_\_\_\_
- PRE-JUVENIL: \_\_\_\_\_
- JUVENIL: \_\_\_\_\_
- PRE-JUNIOR: \_\_\_\_\_
- JUNIOR: \_\_\_\_\_

3. Organiza las edades en una tabla de frecuencia y luego realiza un diagrama que represente las edades.

**4. De las siguientes afirmaciones señala con una x solo las verdaderas.**

- La cantidad de estudiantes que tienen 9 años es igual a la cantidad de estudiantes que tienen 11 años.\_\_\_\_\_
- A medida que aumentan las edades también aumenta la cantidad de estudiantes por edad.\_\_\_\_\_.
- En 5° hay un estudiante con 14 años.\_\_\_\_\_
- La cantidad de estudiantes de 12 años es el doble de la cantidad de estudiantes de 13 años.\_\_\_\_\_

**5. De acuerdo con la información de las edades de los estudiantes de 5° responde:**

- a. ¿Cuál es la edad que más se repite?\_\_\_\_\_
- b. ¿Qué nombre recibe ese dato que más se repite, en este caso la edad que más se repite?\_\_\_\_\_

**6. Responde.**

- a. ¿De qué forma piensas que puedes ordenar las edades para saber cuántos estudiantes tienen la misma edad? Escríbelas en tu orden.

---

---

---

---

- b. Después de ordenar las edades: ¿Cuál es la edad que está ubicado de tal forma que antes y después de esta queda la misma cantidad de estudiantes?

---

---

7. A nivel Nacional también se van a organizar Olimpiadas intercolegiales, en las cuales van a participar también los estudiantes de 5°, la inscripción en cada categoría depende de la edad promedio del grupo. Las categorías nacionales son las siguientes:

CATEGORIA NACIONAL	EDAD PROMEDIO (AÑOS)
INFANTIL	9-10
JUNIOR	11-12
PRE-JUVENIL	13-14

- a. Atendiendo a la información anterior. ¿En cuál categoría debe inscribirse tu grupo?

\_\_\_\_\_.

### Situación 3

Las mascotas de algunos de los Juegos Olímpicos han sido: Cobi, Izzy, Sam y Wenlock;

Cobi	Izzy	Sam	Wenlock
			

Con el fin de escoger La mascota de las Olimpiadas, se le solicitó a los estudiantes de 5° del colegio Las Flores escoger el nombre de su mascota preferida y llevarlo a la clase; a continuación se muestra el nombre de la mascota escogida por cada uno de los estudiantes:

Cobi - Izzy - Sam - Cobi - Wenlock - Cobi - Izzy - Sam - Cobi -  
Wenlock - Izzy - Sam - Sam - Cobi - Izzy - Cobi - Wenlock - Cobi -  
Izzy - Cobi - Cobi - Wenlock - Izzy - Sam - Izzy - Cobi - Cobi -  
Wenlock - Cobi - Izzy - Izzy - Cobi - Cobi - Wenlock - Sam

Con la información anterior necesitamos resolver los siguientes interrogantes:

**1. En total ¿Cuántos estudiantes de 5° llevaron su mascota preferida?**

\_\_\_\_\_

**2. Escribe el número de niños que llevó cada mascota.**

- Cobi:\_\_\_\_\_
- Izzy:\_\_\_\_\_
- Sam:\_\_\_\_\_
- Wenlock:\_\_\_\_\_

**3. Supongamos que tienes el nombre de todas las mascotas del salón, ¿Cómo las representarías en una tabla de frecuencias para saber cuántos estudiantes llevaron el mismo nombre de mascota? Luego esa información represéntala en un diagrama.**

**4. De las siguientes afirmaciones señala con una X solo las verdaderas.**

- La cantidad de estudiantes que prefieren a Sam es igual a la cantidad de estudiantes que prefieren Wenlock.\_\_\_\_\_

- Los estudiantes mostraron mayor preferencia por la mascota Sam que por Wenlock.\_\_\_\_\_
- Los estudiantes prefirieron más la mascota Cobi que la mascota Izzy.\_\_\_\_\_
- Los estudiantes mostraron mayor preferencia por la mascota Sam que por la mascota Izzy.\_\_\_\_\_

**5. De acuerdo a la información de las mascotas que llevaron los estudiantes de 5° responde:**

- ¿Cuál es la mascota por la que mostraron mayor preferencia los estudiantes de 5°? \_\_\_\_\_
- ¿Qué nombre recibe ese dato que más se repite, en este caso la mascota de mayor preferencia?\_\_\_\_\_

**6. Responde:**

- ¿De qué forma ordenarías las Mascotas para saber cuántos estudiantes llevaron la misma mascota? Escríbelas en tu orden.

---



---



---



---

- ¿Cuál mascota está ubicado de tal forma que antes y después de esta quede la misma cantidad de estudiantes? \_\_\_\_\_

**7. De las mascotas que trajeron los estudiantes ¿Es posible saber cuál es la mascota promedio.**

Si\_\_\_\_\_ ¿Cómo lo harías?\_\_\_\_\_

NO\_\_\_\_\_ ¿Por qué?

---

---

---

#### Situación 4

El colegio las Flores organizó un espacio de juegos y recreación, Uno de los juegos es el de la Cuerda. Para participar en el juego es necesario conocer el peso de las personas que desean inscribirse, para ubicarlas en los grupos que le corresponde.

Grupos para el juego de la Cuerda.

Los estudiantes de 4° en el juego de la	1. De 28 a 30 kilos	planean inscribirse cuerda, a
	2. De 31 a 32 kilos	
	3. De 33 a 35 Kilos	
	4. De 36 a 37 kilos	

continuación está un listado del peso de cada uno.

36 kilos, 30 kilos, 28 kilos, 37 kilos, 33 kilos, 36 kilos, 36 kilos, 37 kilos. 28 kilos, 30 kilos, 33 kilos, 28 kilos, 34 kilos, 30 kilos, 32 kilos, 30 kilos, 28 kilos, 28 kilos, 30 kilos, 36 kilos, 37 kilos, 33 kilos, 36 kilos, 37 kilos, 37 kilos, 36 kilos, 33 kilos, 30 kilos, 33 kilos, 34 kilos, 30 kilos.

Con la información anterior realiza las siguientes actividades:

1. En total ¿Cuántos estudiantes de 4° dieron sus pesos para inscribirse en el juego de la cuerda? \_\_\_\_\_

2. ¿Cuántos niños participarán en cada uno de los grupos?

- De 28 a 30 kilos \_\_\_\_\_
- De 31 a 32 kilos \_\_\_\_\_

- De 33 a 35 Kilos \_\_\_\_\_
- De 35 a 37 kilos \_\_\_\_\_

3. **Organiza el peso de los estudiantes de 4° en una tabla de frecuencias y con base en la tabla de frecuencia, realiza un diagrama.**

4. **De las siguientes afirmaciones señala solo las verdaderas.**

- La cantidad de estudiantes que pesan de 36 a 37 kilos es igual a la cantidad de estudiantes pesan de 28 a 30 kilos. \_\_\_\_\_
- A medida que aumentan el peso de los estudiantes, también aumenta la cantidad de estudiantes. \_\_\_\_\_
- La cantidad de estudiantes que pesan de 28 a 30 kilos es mayor que la cantidad de estudiantes que pesan de 35 a 37 kilos. \_\_\_\_\_
- En 4° no hay estudiantes con peso menor a 28 kilos. \_\_\_\_\_

5. **De acuerdo a la información de los pesos de los estudiantes de 4° responde:**

- ¿En cuál grupo participarán más estudiantes? \_\_\_\_\_
- ¿Qué nombre recibe ese dato que más se repite, en este caso el grupo donde participarán más estudiantes? \_\_\_\_\_

6. **Responde:**

- De qué forma piensas que puedes ordenar el peso de los estudiantes para saber cuántos tienen el mismo peso? Escríbelo en tu orden.

---



---



---



---



---

- Después de ordenar el peso de los estudiantes ¿Cuál peso está ubicado de tal forma que antes y después de él quede la misma cantidad de estudiantes?

c. \_\_\_\_\_

**7. A partir de los pesos de los estudiantes ¿Es posible saber cuál es el peso promedio?**

Si\_\_\_\_\_ ¿Cómo lo harías?

---

---

---

---

NO\_\_\_\_\_ ¿Por qué?

---

---

---

---

**Anexo 2**

**Cuestionario: “Registro procesos de pensamiento”**

**1. Antes de resolver la pregunta 3 donde te piden organizar la información en una tabla y en un diagrama ¿Dividiste la información por partes?**

SI\_\_\_\_\_

**¿Qué hiciste primero?**

---

---

---

**¿Qué hiciste después?**

---

---

---

NO\_\_\_\_\_

**2. Después de leer la pregunta del punto 3 donde te piden organizar la**



**información en una tabla y en un diagrama ¿Le quitaste palabras a la pregunta para hacerla más corta?**

**SI \_\_\_\_ ¿Qué palabras quitaste?**

---

---

---

---

**NO \_\_\_\_**

**3. Antes de resolver el punto 3 donde te piden organizar la información en una tabla y un diagrama ¿Pensaste como lo ibas a hacer?**

**SI \_\_\_\_ Escribe cómo lo planeaste.**

---

---

---

---

**NO \_\_\_\_**

**4. Mientras que resolvías las preguntas del punto 3 donde te piden organizar la información en una tabla y en un diagrama. ¿Paraste para mirar o verificar si lo estabas haciendo bien?**

**SI \_\_\_\_ ¿ En qué momento lo hiciste?**

---

---

---

---

**NO \_\_\_\_**

**5. Si respondiste SI en la pregunta anterior, al verificar la pregunta del**

punto 3 donde te piden organizar la información en una tabla y en un diagrama, ¿Qué hiciste para corregirlo? (Marca con una X).

a. Seguiste la misma forma de responderlo \_\_\_\_

b. Cambiaste la forma \_\_\_\_ ¿Qué cambiaste?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

6. ¿Pensaste en otra forma diferente para solucionar las preguntas del punto 3 donde te piden organizar la información en una tabla y en un diagrama?

SI \_\_\_\_ ¿Cuál forma?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

NO \_\_\_\_

### Anexo 3

#### Estructura de las clases de intervención siguiendo el modelo Clase para pensar

<b>IDENTIFICACION DEL CURSO</b>	<b>5°</b>
<b>Nombre del Docente</b>	<b>Rosa Vergara, Yajaira Sevillano, Luz Carreño.</b>
<b>Asignatura</b>	<b>Matemática</b>
<b>Objetivo General del curso (Tenga en cuenta el objeto de estudio de su asignatura)</b>	Organizar, representar y analizar los datos recolectados de un estudio estadístico determinando la moda, la media y la mediana para la toma de decisiones acertadas.
<b>IDENTIFICACION DE LA UNIDAD</b>	Pensamiento aleatorio y sistemas de datos.
<b>Tema de la unidad</b>	

	Tipos de variables								
<b>Estándar</b>	Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).								
<b>DBA</b>	<p><b>16</b> Entiende unos datos representados de cierta forma y los representa de otra. Por ejemplo:</p> <p>240 animales</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Animal</th> <th>Cantidad</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>vacas</td> <td>120</td> </tr> <tr> <td>ovejas</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td>caballos</td> <td>60</td> </tr> </tbody> </table> <p>240 animales 50% vacas 25% ovejas 25% caballos</p> <p>240 animales</p> <p>La mitad (<math>1/2</math>) son vacas Una cuarta parte (<math>1/4</math>) son ovejas Una cuarta parte (<math>1/4</math>) son caballos</p>	Animal	Cantidad	vacas	120	ovejas	60	caballos	60
Animal	Cantidad								
vacas	120								
ovejas	60								
caballos	60								
<b>Competencias</b>	Comunicación, Resolución de problemas								
<b>Procesos de pensamiento articulados a las competencias</b>	Resolución de problemas: Explorar, Entender, Analizar, Planear, implementar, monitorear, evaluar.								
<b>Topico Generativo/ Núcleo temático organizador-</b> (Gran Idea que justifique y oriente el objetivo-Responde al para que /porque del estudio del tema)	Organización para la toma de decisiones.								
<b>Meta ( s) de Comprensión para el curso</b> (Afirmación-que debe estar articulada a las competencias y a los Resultados de Aprendizaje)del curso	Busco que mis estudiantes comprendan la necesidad de clasificar y representar la información para organizarla desarrolla habilidades en la vida cotidiana para la toma de decisiones asertivas.								
<b>Meta ( s) de Comprensión para la unidad</b> (Afirmación-que debe estar articulada a las competencias y a los Resultados de Aprendizaje)	Busco que mis estudiantes comprendan cómo la organización de datos a través de representaciones gráficas le permite interpretarla y tomar decisiones para resolver problemas en su vida cotidiana.								
<b>Escenario:</b> (incluir aquí un problema abierto, y autentico en un contexto familiar)	Actualmente se están realizando los Juegos olímpicos Río 2016 y nuestra institución desea realizar unos encuentros deportivos inter cursos para esto debemos saber cuál es el deporte olímpico preferido de los estudiantes de la institución, necesitamos que nos ayudes a obtener esta información.								

**DESEMPEÑOS: OPORTUNIDADES DE APRENDIZAJE -ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE EN EL AULA**

**A. (Actividades de Aprendizaje para Activar Conocimientos Previos)**

**¿Alguna vez has escuchado las palabras: cualitativo y cuantitativo?**

Video: <https://www.youtube.com/watch?v=dqg3asSe3qw>

Entrega del taller individual y grupal.

**B. (Actividades de Aprendizaje que facilitar el desarrollo del Conocimiento nuevo) Preguntas Para Activar Procesos De PENSAMIENTO**

Actualmente se están realizando los Juegos olímpicos Río 2016 y nuestra institución desea realizar unos encuentros deportivos inter cursos para esto debemos saber cuál es el deporte olímpico preferido de los estudiantes de la institución, necesitamos que nos ayudes a obtener esta información.

Video: <https://www.youtube.com/watch?v=Fqbbu9qkJxI>

Escoger el deporte favorito.

¿Qué tipo de variable es?

¿Por qué lo sabes?

**C. (Actividades de aprendizaje que facilitan el Contraste, es decir, la metacognición, la reflexión, la autoevaluación del conocimiento previo)**

- ¿Qué preguntas harías en una encuesta para obtener variables cualitativas?
- ¿Qué preguntarías en una encuesta para obtener variables cuantitativas?

**T. (Actividades de Aprendizaje para facilitar Transferencia del Aprendizaje- Se trata del Desempeño Final)**

- ¿Qué utilidad tienen las encuestas?
- ¿En qué situaciones de la vida diaria puedes emplear una encuesta?
- ¿Cómo puedes determinar si la respuesta que dan a tus pregunta es cualitativas o cuantitativa?



